

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Modelagem de Problemas de Programação Linear

Jader de Oliveira¹

GDn°10 – Modelagem Matemática

Este trabalho investiga em que medida o ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares para alunos de cursos técnicos pode ser facilitado a partir da utilização de Modelos de Programação Linear. Os modelos com Programação Linear são utilizados nas mais variadas áreas. Como exemplos de aplicação da ferramenta da programação linear temos: problemas de transporte, transbordo e designação; planejamento da produção; programação de projetos; mistura de produtos; gestão financeira; ajustes de curvas; corte e empacotamento e controle ótimo de sistemas lineares. Essa é uma pesquisa qualitativa. Os sujeitos da pesquisa são alunos do Curso Técnico de Manutenção Eletromecânica de Ferrovias, IFES/Campus Cariacica. Verificação da aprendizagem a partir dos registros de representação semiótica. O produto educativo será a elaboração de uma Sequência Didática com desenvolvimento de técnicas e procedimentos para o ensino do conteúdo Sistemas Lineares incorporados às disciplinas dos cursos técnicos do IFES. A metodologia utilizada para a elaboração e aplicação da sequência didática envolve as fases da Engenharia Didática.

Palavras-chave: registros de representação semiótica; educação matemática; modelagem matemática; programação linear.

1. INTRODUÇÃO

Trabalhando com formação profissional em cursos técnicos em escolas como IFES, SENAI, e ambientes não formais, inclusive em áreas rurais pelo SENAR, vivenciei muitas situações de dificuldades e até bloqueio em relação a aplicação da matemática e de seus conceitos. Disciplinas como Eletrotécnica, Mecânica, Química, Física, Produção e Pesquisa Operacional possuem uma grande carga de conteúdo matemático.

Sob esse aspecto, Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p.24) ao analisar o ensino da matemática afirmam que:

A maioria das pessoas não consegue relacionar a Matemática nem com as outras ciências e muito menos com situações de seus cotidianos, porque foi criado um universo à parte, ou seja, para elas, a Matemática não está presente em outros contextos.

Visando vencer tais bloqueios iniciei um trabalho de pesquisa para aplicação da programação linear em modelagem e os registros de representação semiótica no ensino da matemática

¹Instituto Federal do Espírito Santo, e-mail: jader.oliveira@ifes.edu.br, orientador: Dr. Luciano Lessa Lorenzoni.

Um olhar mais atento mais atento percebe a presença da matemática em nossas relações diárias. Desde a medida de grandezas de tempo, massa, área e volume em nossas casas, até as atividades no comércio, bancos, transportes, entre outros.

Os meios de comunicação como a internet, a televisão, as revistas, os jornais, os panfletos de lojas estão repletos de exemplos da linguagem matemática.

Essa linguagem está expressa em forma de gráficos, tabelas, porcentagens de juros e de descontos, valor de prestações, índices de inflação, valor equivalente do dólar ou outras moedas.

A semiótica como ciência geral dos signos, da linguagem, vem auxiliar a compreensão e a aplicação dos diversos registros de representações dos objetos matemáticos.

Historicamente essa ciência teve origem em três regiões diferentes, quase simultaneamente, nos estados Unidos, na antiga União Soviética e na Europa Ocidental.

No primeiro com o cientista, matemático, historiador, filósofo e lógico Charles Sanders Peirce (1839 – 1914).

No segundo, iniciada pelo filósofo russo Lev S. Vygotski (1896 – 1914).

No terceiro com o suíço Ferdinand de Saussure (1857 – 1913).

A direção seguida por Saussure foi a do estruturalismo linguístico. A língua é um sistema de signos que expressa ideias.

A semiótica elaborada por Vygotski era para resolver o problema referente ao estudo do pensamento e do seu desenvolvimento.

Peirce concebeu a semiótica como a doutrina formal dos signos, aquilo que representa o objeto. Os signos são variados e representam parte do objeto. Como exemplo: a palavra igreja, a fotografia de uma igreja, a pintura de uma igreja, o filme de uma igreja, a maquete da igreja são signos do objeto igreja.

Dentre as pesquisas utilizando a semiótica como base para a educação matemática, destacam-se as desenvolvidas pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval.

Duval (2009, p.13) escreve:

A aprendizagem das matemáticas constitui, em evidência, um campo de estudos privilegiados para a análise de atividades cognitivas fundamentais como

a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos.

Para Duval (2009, p.13) a matemática como sistema de expressão e representação utiliza além da linguagem natural ou das imagens, sistemas variados de escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escritas algébricas e lógicas, figuras geométricas, gráficos cartesianos, diagramas, esquemas entre outros.

Explicando que em modelagem o sujeito do processo cognitivo é o *aprendedor*, é o aluno, e a necessidade do ensino da matemática ser significativo para o mesmo, Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p.25) escrevem:

Os gregos desenvolveram a geometria porque achavam que tudo o que era ligado a Deus era belo; os egípcios desenvolveram o cálculo de área porque tinha de fazer as medições das terras do Nilo; os fenícios desenvolveram conceitos aritméticos de contabilidade porque eram comerciantes. Era, na verdade, uma Matemática *para* algum fim.

É um desafio pensar sobre o processo da aprendizagem e buscar soluções pedagógicas onde exista a participação ativa, crítica e reflexiva dos alunos.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 30)

Uma hipótese subjacente à proposta de Modelagem na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimentos bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas de conhecimento.

É importante aguçar a curiosidade do aluno e identificar metodologias que facilitem a utilização desses conhecimentos no seu cotidiano e que resgate a identificação com a matemática e seus conceitos.

Bassanezi (2013, p. 24) considerando sobre modelagem matemática explica que:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Assim, na observação de processos ou sistemas físicos, químicos, econômicos e sociais, a modelagem matemática facilita a análise, pois permite a experimentação com a finalidade da previsão de tendência, simulação e otimização.

Os modelos de programação linear são utilizados nas mais variadas áreas. Como exemplos de aplicação da ferramenta da programação linear temos: problemas de transporte, transbordo e designação; planejamento da produção; programação de projetos; mistura de produtos; gestão financeira; ajuste de curvas; corte e empacotamento e controle ótimo de sistemas lineares.

2. PERGUNTA E OBJETIVO GERAL DA PESQUISA

Os modelos de programação linear são utilizados nas mais variadas áreas. Como exemplos de aplicação da ferramenta da programação linear temos: problemas de transporte, transbordo e designação; planejamento da produção; programação de projetos; mistura de produtos; gestão financeira; ajuste de curvas; corte e empacotamento e controle ótimo de sistemas lineares.

O problema investigado nesse trabalho é como o ensino-aprendizagem da matemática por meio da Programação Linear na modelagem pode contribuir para a aplicação de Sistemas Lineares no Curso Técnico de Manutenção Eletromecânica de Ferrovias.

Pergunta:

Em que medida o ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares para alunos de cursos técnicos pode ser facilitado a partir da utilização de modelos de Programação Linear?

Objetivo Geral:

Analisar o ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares, para alunos de cursos técnicos, utilizando modelos de programação linear.

Objetivos específicos:

- Construir um ambiente de aprendizagem com uso da modelagem matemática para abordar o conteúdo Sistemas Lineares .

- Identificar e elaborar uma aplicação de Programação Linear a ser utilizada para o ensino de Sistemas Lineares.
- Identificar os possíveis registros de representação semiótica para o conteúdo de Sistemas Lineares.
- Verificar a aprendizagem de Sistemas Lineares a partir dos registros de representação semiótica.
- Elaborar uma sequência didática descrevendo a atividade proposta, bem como as potencialidades de seu uso em sala de aula.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Essa é uma pesquisa qualitativa. Os sujeitos da pesquisa são alunos do Curso Técnico de Manutenção Eletromecânica de Ferrovias, IFES/Campus Cariacica.

O instrumento de coleta de dados será composto por questionário, entrevista com os alunos, grupo focal e o diário de bordo com minhas observações.

Verificação da aprendizagem a partir dos registros de representação semiótica.

O percurso metodológico contará com o planejamento da atividade de pesquisa, compreendida nas quatro fases da Engenharia Didática: i) análises preliminares; ii) concepção e análise a priori; iii) experimentação; iv) análise a posteriori e validação.

3.1 – Análises preliminares

Revisão de literaturas através de levantamentos bibliográficos com consulta a livros e artigos científicos relacionados ao tema de Modelagem Matemática, da Engenharia didática e da Sequência Didática. Obtendo assim a base teórica necessária para compreender o que é a programação linear na modelagem matemática, como usar a programação linear, as técnicas de resolução de problemas com a programação linear.

Segundo Biembengut e Hein (2013, p.29)

Aprender para ensinar modelagem. Um embasamento na literatura disponível sobre modelagem matemática, alguns modelos clássicos e pesquisas e/ou experiências no ensino são essenciais.

3.2 – Concepção e análise a priori

Nessa fase é criada a Sequência Didática baseada em atividades a serem propostas aos estudantes, de modo a obter elementos sobre a concepção deles a respeito dos conceitos de sistemas lineares, programação linear e o suporte tecnológico dos computadores dos laboratórios de informática da escola.

3.3 – Experimentação

Resolução de problemas com o conteúdo de Sistemas Lineares a partir de modelos de Programação Linear utilizando diferentes registros de representação semiótica, como a linguagem natural, a algébrica, a gráfica, a matricial, entre outras.

3.4 – Análise a posteriori e validação

Os instrumentos que serão utilizado para a coleta e análise de dados e informações necessários á avaliação dos resultados de pesquisa serão o questionário, o grupo focal e a entrevista

4. APLICAÇÃO DE MODELAGEM EM PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear é uma das técnicas mais utilizadas para a abordagem de problemas em Pesquisa Operacional.

Segundo Silva ... [et al.] (2010, p. 1)

Pesquisa Operacional é um método científico de tomada de decisões. Em linhas gerais, consiste na descrição de um sistema organizado com o auxílio de um modelo, e através da experimentação com o modelo, na descoberta da melhor maneira de operar o sistema.

Não há uma regra fixa para o trabalho de construção de um modelo matemático, mas pode-se sugerir o roteiro abaixo para ajudar a ordenar o raciocínio:

- a- Quais as variáveis de decisão?
- b- Qual o objetivo?
- c- Quais as restrições?

A seguir um exemplo adaptado de Silva...[et al.] (2010, p.5) com o auxílio de um modelo linear:

2.1 – Problema e modelo em linguagem natural e algébrica

- Certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de 1.000 unidades monetárias e o lucro unitário de P2 é de 1.800 unidades monetárias. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1.200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2. Qual é o plano de produção para que a empresa maximize seu lucro nesse itens? Construa o modelo de programação linear para esse caso.

Solução:

Resumo do modelo:

$$\max L = 1.000x_1 + 1.800x_2$$

Sujeito a:

- restrições técnicas:

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1.200$$

$$x_1 \leq 40$$

$$x_2 \leq 30$$

- restrições de não negatividade:

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

2.2 – Problema e modelo em linguagem gráfica

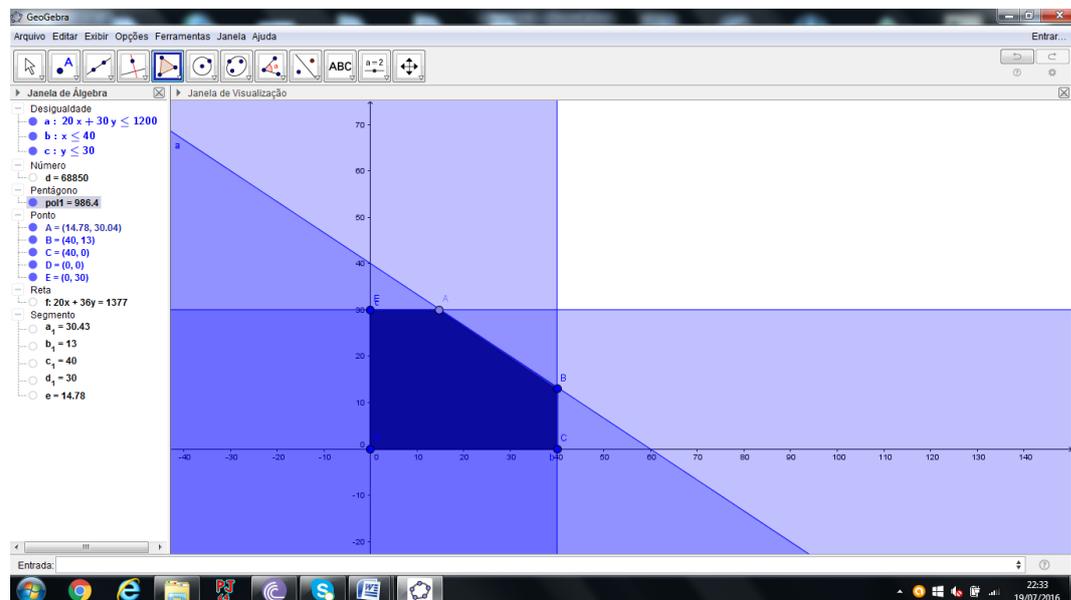
Nesse item é apresentado uma solução gráfica do problema anterior com o auxílio do programa Geogebra.

O Geogebra é um *software* de geometria dinâmica que reúne em uma única plataforma geometria, álgebra, aritmética e cálculo, sendo assim, é um dos programas mais completo para o ensino e aprendizagem da matemática. Segundo o site oficial do Geogebra, ele pode “ser utilizado nos diversos níveis de escolaridade”, possui uma interface gráfica atraente com uma área de trabalho de fácil manuseio e se insere na filosofia dos *softwares* livres.

Primeiramente, para representar a função objetivo e as restrições do problema no plano é feito uma substituição de variáveis: $x_1 = x$ e $x_2 = y$.

Na figura 1 está destacado a região viável do problema. A região viável contém todos os pontos que satisfazem simultaneamente as restrições do problema.

Figura 1: Região viável

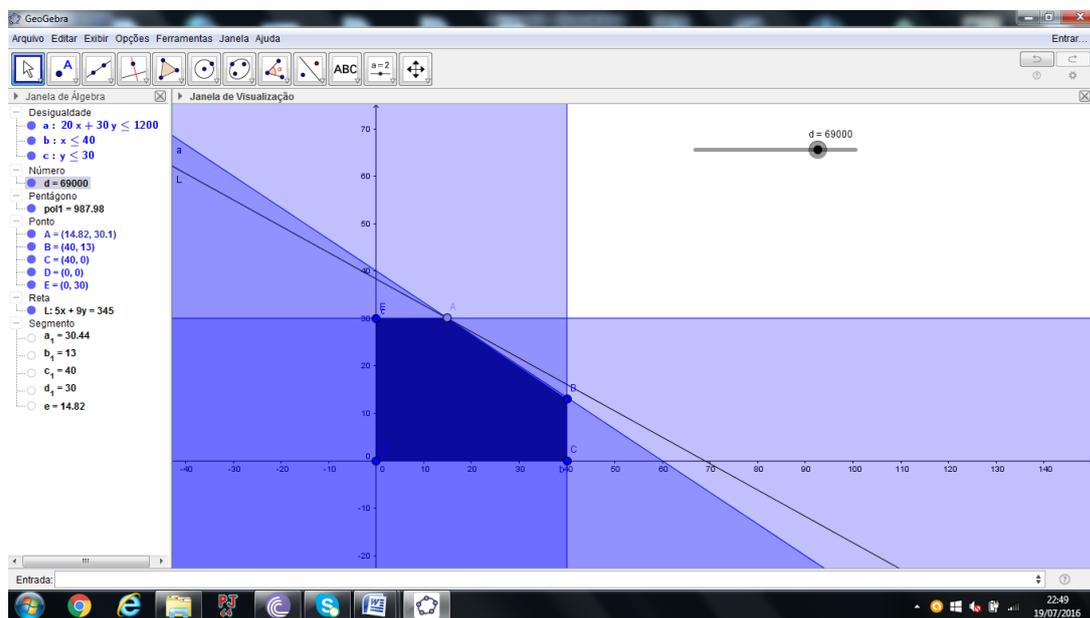


Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

A solução ótima do problema, Figura 2, é dentre os pontos viáveis aquele que maximiza o valor da função objetivo ($\max L = 1.000x_1 + 1.800x_2$); ponto A de coordenadas $A = (15, 30)$.

Analicamente esse ponto se dará pela interseção das retas **a** ($20x + 30y \leq 1.200$), **c** ($y = 30$) e a função objetivo **L** ($L = 1.000x + 1.800y$).

Figura 2: Solução ótima do problema



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

No problema apresentado identificamos diferentes representações semióticas: a linguagem natural, a algébrica, a gráfica.

Para Duval quando efetuamos uma transformação de um registro dentro de uma mesma representação semiótica, estamos realizando um **Tratamento**.

Exemplo: Cálculo do lucro máximo para as quantidades $x_1 = 15$ e $x_2 = 30$.

$$L = 1.000 \cdot (15) + 1.800 \cdot (30) = 69000 \text{ unidades monetárias.}$$

Estamos dentro da mesma representação semiótica, linguagem algébrica.

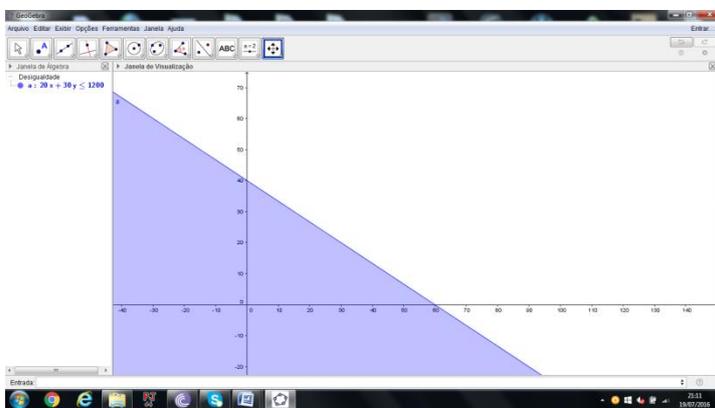
Quando efetuamos uma transformação de um registro de uma representação semiótica para outra diferente, estamos realizando uma **Conversão**.

Exemplo: As duas formas distintas de representar a restrição de tempo total para a produção no problema apresentado :

Algébrico: $20x_1 + 30x_2 \leq 1.200$, e

Gráfico:

Figura 5: Representação gráfica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Especialmente nas atividades matemáticas um objeto pode ser representado utilizando diversos registros de representação semióticos. Para Duval, a construção do conhecimento está intimamente ligado à possibilidade de conversão das várias representações sobre um objeto de estudo.

Duval (2009, p 14.) escreve:

A aprendizagem das matemáticas constitui somente o domínio no qual esta questão (a pluralidade de registros semióticos) se coloca de uma maneira mais manifesta e aguda que nas outras.

No exemplo do problema proposto nesse artigo, a modelagem matemática surge como uma das metodologias que facilitam o processo de ensino e aprendizagem, permitindo o resgate da identificação da matemática e de seus conceitos com a realidade e o cotidiano.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

SILVA, E. M.; SILVA, E. M.; GONÇALVES, V.; MUROLO, A. C. **Pesquisa Operacional para os cursos de Administração e Engenharia**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2010.