

A construção do conceito de números racionais: A modelagem matemática como catalizador do conhecimento

Silvana Cocco Dalvi¹

GD10 – Modelagem matemática

Resumo do trabalho: A proposta de pesquisa que se delineia está pautada na prática da metodologia da modelagem matemática, no contexto educacional, observando os pressupostos da Educação Matemática Crítica. Evidenciamos a construção de um ambiente de aprendizagem vinculado a perspectiva da modelagem sociocrítica por contribuir com a formação cidadã dos alunos. Discutiremos em que medida o conceito de números racionais pode ser construindo a partir desse ambiente, abordando o problema do consumo de água dos alunos de uma escola municipal no município de Castelo, Espírito Santo. A aquisição dos conceitos dos números racionais é complexo, visto a variedade de contextos em que são usados no cotidiano. Adotaremos como análise para esse conteúdo os pressupostos teóricos dos Registros de Representação Semiótica que consideram, essenciais para a compreensão matemática, a variedade de representações dos objetos matemáticos e a possibilidade de trocar a todo instante de registro. A pesquisa será desenvolvida na Escola Municipal de Ensino Fundamental Centro Unificado Constantino José Vieira com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Com os resultados obtidos será construindo um produto educacional, da atividade de modelagem com objetivo de dialogar com professores sobre a construção do conceito de números racionais, observando os pressupostos da Educação Matemática crítica.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica; Modelagem; Representação Semiótica.

Introdução

A pesquisa em andamento está vinculada ao Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Instituto Federal do Espírito Santo – EDUCIMAT, atendendo a linha 01 do mestrado profissional: Práticas pedagógicas e recursos didáticos no contexto da educação em Ciências e Matemática.

Ancoramos nossa pesquisa nos pressupostos da Educação Matemática Crítica advogada por Skovsmose (2008), num cenário de investigação e no Modelo de Cooperação Investigativa, Modelo-CI proposto por Alro e Skovsmose (2010) tendo como suporte a prática da Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica elaborada por Barbosa (2001).

¹ Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vitória - ES, e-mail: silvanaej@hotmail.com, orientador: Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende

Esses pressupostos alargaram os propósitos da pesquisa ao notarmos relações entre esse ambiente de aprendizagem que privilegia as interações e o diálogo e o processo cognitivo dos estudantes na construção dos conceitos matemáticos, o que nos conduziu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica elaborada por Duval(2003).

Conforme exposto a pesquisa busca responder: Em que medida o conceito de números racionais pode ser construído, a partir de uma atividade de modelagem matemática observando os pressupostos da Educação Matemática Crítica? Traçamos como objetivo analisar a construção do conceito de números racionais, tendo como apoio pedagógico uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica, abordando o problema do consumo de água de alunos.

Educação Matemática Crítica

O movimento da Educação Matemática Crítica surge na década de 80 tendo como um de seus expoentes Ole Skovsmose que inspirado nos pressupostos da literacia caracterizada por Freire amplia o sentido de alfabetização matemática propondo a materacia.

Materacia não se refere apenas a habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática. A educação matemática crítica inclui o interesse pelo desenvolvimento da educação matemática como suporte da democracia, implicando que as microsociedades de salas de aulas de matemática devem também mostrar aspectos de democracia. (SKOVSMOSE, 2008. p. 16).

Skovsmose (2001) chama de poder formatador da matemática a força que ela exerce na sociedade tecnológica não apenas como construto social, mas agindo como vigia, decidindo o que é verdade. “[...] A matemática faz uma intervenção real na realidade, não apenas no sentido de que um novo *insight* pode mudar as interpretações, mas também no sentido de que a matemática coloniza parte da realidade e a rearruma” (SKOVSMOSE, 2001, p.80). Os modelos matemáticos são usados como parâmetros na tomada de decisões econômicas, políticas e sociais interferindo no cotidiano dos indivíduos.

O autor ao referir-se sobre o absolutismo da matemática como ciência verdadeira e inquestionável, a convicção que “os números não mentem”, que são infalíveis alerta para o fato que a matemática não é neutra. Muitas variáveis qualitativas estão escondidas num modelo matemático que geralmente são desprezadas. O modelo representa uma “porção” da realidade necessitando de reflexão e interpretação. A essa soberania do conhecimento

matemático denominou de ideologia da certeza. O poder formatador da matemática e a ideologia da certeza são empecilhos para a Educação Matemática Crítica e retratam a urgência em desenvolver competência democrática nas aulas de matemática.

Skovsmose (2001) pontua que o conhecimento matemático possui diferentes epistemologias distinguindo três formas de conhecimento. Todavia um não é mais importante que o outro, mas se completam e acontecem de forma simultânea:

- 1) *Conhecer matemático*, que se refere à competência normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluindo as competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos[...]
- 2) *Conhecer tecnológico*, que se refere às habilidades em aplicar a matemática e às competências na construção dos modelos [...]. De forma geral, é o entendimento necessário para usar uma ferramenta tecnológica para alcançar alguns objetivos tecnológicos.
- 3) *Conhecer reflexivo*, que se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Reflexões têm a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico (SKOVSMOSE, 2001, p.115-116).

O conhecer matemático é suporte para o conhecer tecnológico e o conhecer reflexivo. O conhecer tecnológico utiliza-se do conhecer matemático e outros para a construção de um modelo que possa resolver um problema específico, mas não viabiliza uma postura reflexiva de sua própria atuação na sociedade. O conhecer reflexivo pode ser considerado um metac conhecimento que precisa do conhecimento matemático e do conhecimento tecnológico para cumprir a sua função de desenvolver a criticidade nos estudantes perante o poder formatador e a ideologia da certeza da matemática na sociedade. Seu objeto de reflexão é o próprio modelo matemático e suas correlações.

Ambiente da sala de aula e modelagem

As reflexões sobre a Educação Matemática Crítica nos impulsionaram a apurar mais profundamente o ambiente de aprendizagem da sala de aula e a busca por uma metodologia de ensino que atendesse a esses propósitos para a Educação Matemática.

Skovsmose (2008) faz uma distinção entre duas práticas de sala de aula: o paradigma do exercício e o cenário para investigação sendo que o primeiro contrapõem-se ao segundo. Enquanto que o paradigma do exercício parte do pressuposto que todas as informações para resolver uma situação problema já estão contempladas em seu enunciado admitindo-se uma, e somente uma resposta correta as propostas investigativas partem do indício que “Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a

procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração (SKOVSMOSE, 2000, p.21). As referências indicam o ambiente de aprendizagem que está sendo proposto orientando o aluno no que deve ser feito.

Tabela 1: Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2008, p.23)

Ao elaborar a matriz com seis tipos de ambientes de aprendizagem abrangendo essas duas práticas o autor salienta a importância do cenário investigativo para a Educação Matemática Crítica, mas sugere a exploração de todos esses ambientes e não descarta a possibilidade da prática do exercício após atividades de exploração investigativa. Tudo depende de como o professor conduz a atividade.

Alro e Skovsmose (2010) enfatizam que embora a aprendizagem seja uma experiência individual ela acontece em contextos sociais encharcados por relações interpessoais e advertem que a qualidade da comunicação no contexto escolar interfere diretamente na aprendizagem. Para eles não existe relação de dominação em um diálogo pois ele é imprevisível. Professor e alunos agem conjuntamente analisando suas próprias perspectivas bem como as perspectivas dos outros participantes do diálogo.

Os autores advogam que o diálogo é caracterizado por oito atos de comunicação:

- Estabelecer contato - criar uma sintonia entre os participantes prestando atenção nas perspectivas um do outro num clima de confiança.
- Perceber perspectivas – processo de examinar possibilidades, criar hipótese. Algumas falas: O que mais você sabe disso? O que é isso? Explique melhor...
- Reconhecer – reconhecer uma perspectiva para explicar o que estão fazendo.
- Posicionar-se – dizer o que pensa estando receptivo as críticas ao seu posicionamento. Rejeitar suas ideias sem argumentação indica insegurança.
- Pensar alto – tornar o pensamento público. Questões hipotéticas podem surgir.

- Reformular – parafrasear elucidando o processo argumentativo.
- Desafiar – o desafio é bem sucedido quando os participantes o compreendem.
- Avaliar - feedback construtivo.

Essas qualidades na comunicação constituem fontes de aprendizagem que estão em harmonia com os propósitos da Educação Matemática Crítica. “Entendemos o diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem. [...] No diálogo, é importante explorar as perspectivas dos participantes como fontes de investigação (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, pp119-125). É um processo de elaboração de novos significados que demanda uma abertura colaborativa de investigação.

Barbosa (2001) ao revisar os conceitos de Modelagem Matemática caracterizados por Kaiser-Messmer (1991) argumenta que as correntes pragmática e científica mantém o foco na matemática e sua aplicabilidade em resolver problemas de outras áreas do conhecimento. Inspirado pela Educação Matemática Crítica sugere uma terceira corrente denominada Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica ocupando-se em discutir a natureza dos modelos matemáticos e sua influência na sociedade.

A modelagem na perspectiva sociocrítica prime por trabalhar questões da realidade, aparentemente problemas não-matemáticos, tendo como alicerce a matemática. Considera que sempre que possível a escolha do tema seja feito pelos alunos respeitando sua cultura e seus interesses. As discussões abrangem a matemática e o contexto social. Na sala de aula predomina o trabalho em grupo, a criação de estratégias, o opinar e respeitar ideias diferentes de seus pares. O espaço democrático da sala de aula expande-se para a sociedade à medida que os alunos participam conscientes das discussões públicas pautadas em argumentos matemáticos. Barbosa (2003) enfatiza:

Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente como inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática (BARBOSA, 2003, p.6).

Assim a modelagem possibilita mergulhar em atividades que levem a investigação contemplando os atos dialógicos presentes na comunicação entre os participantes. Partindo de um problema da realidade sem procedimentos conhecidos de antemão a modelagem traz um caráter de imprevisibilidade. Os desafios de um cenário de investigação são ricas

oportunidades de novas aprendizagens e não devem repercutir a uma volta ao paradigma do exercício. A esses desafios Skovsmose (2008) chama de “zona de risco”.

Representação semiótica e o ciclo da modelagem

A relação entre desenvolvimento científico e desenvolvimento social nem sempre ocorre de forma harmônica. Isso implica em preocupar-se com os papéis sociais da matemática na sociedade e como os alunos tomam consciência dos modelos matemáticos tão usados em nossa sociedade altamente tecnológica.

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymund Duval salienta que toda comunicação matemática é feita por meio de representações já que o objeto matemático não é instrumentalizado nem acessível sensorialmente. Um único objeto matemático pode ser representado por vários registros de representação semiótica. Cada registro possui suas próprias regras de funcionamento.

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro (Duval, 2003, pp 14-15).

Duval (2013) destaca que as transformações de representação podem ocorrer dentro de um único registro mantendo o mesmo objeto matemático o que chamou de operação cognitiva de tratamento. As transformações quando ocorrem em registros semióticos diferentes denominou operações cognitivas de conversão. Podemos falar em registro na língua materna, em registro numérico, registro algébrico ou registro figural. “Há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática [...] (DUVAL, 2013, p. 31).

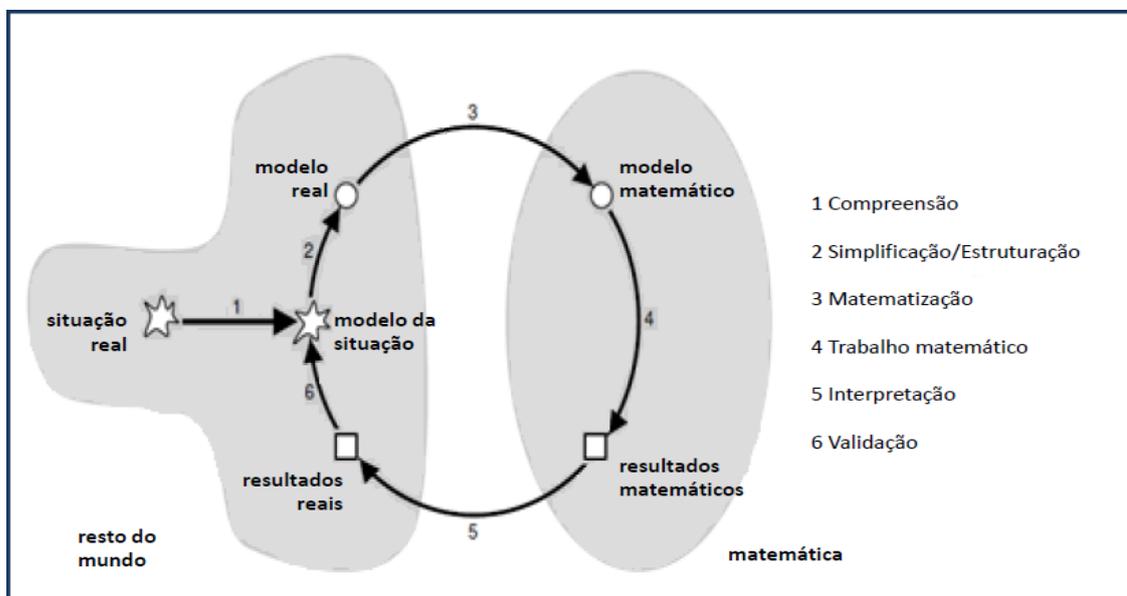
As representações semióticas cumprem a função de objetivação ou tomada de consciência do objeto matemático quando ocorre a passagem do não-consciente ao consciente feita individualmente. Essa função proporciona a apropriação e conceitualização do objeto matemático, a posse do conhecer matemático descrito por Skovsmose (2001) que é o pontapé inicial para alcançar o conhecer tecnológico e ao conhecer reflexivo.

A modelagem na perspectiva sociocrítica ao ampliar o sentido de alfabetização matemática conferido pelas correntes pragmática e científica propõe o reconhecimento do conhecer reflexivo. De forma alguma ela despreza o conhecer matemático e tecnológico, mas os entendem como instrumentos que viabilizam o conhecer reflexivo. Essas três formas de conhecimento são indissociáveis o que mostra a importância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no desenvolvimento da Educação Matemática Crítica.

Blum e Leiß (2005) usam esquema para explicitarem o ciclo da modelagem servindo de guia na orientações das ações do professor. Apresento resumidamente cada etapa:

1. Compreensão: Seleciona uma situação oriunda da realidade.
2. Simplificação/Estruturação: Delimita essa situação para ser estudada.
3. Matematização: A realidade simplificada será representada por um modelo.
4. Trabalho matemático: Resolver o modelo usando as ferramentas da matemática.
5. Interpretação: Discriminação das variáveis matemáticas em torno do modelo.
6. Validação: Verifica a coerência da resposta do modelo com a realidade e pode levar o modelador a refazer o ciclo.

Figura 1: Ciclo da Modelagem

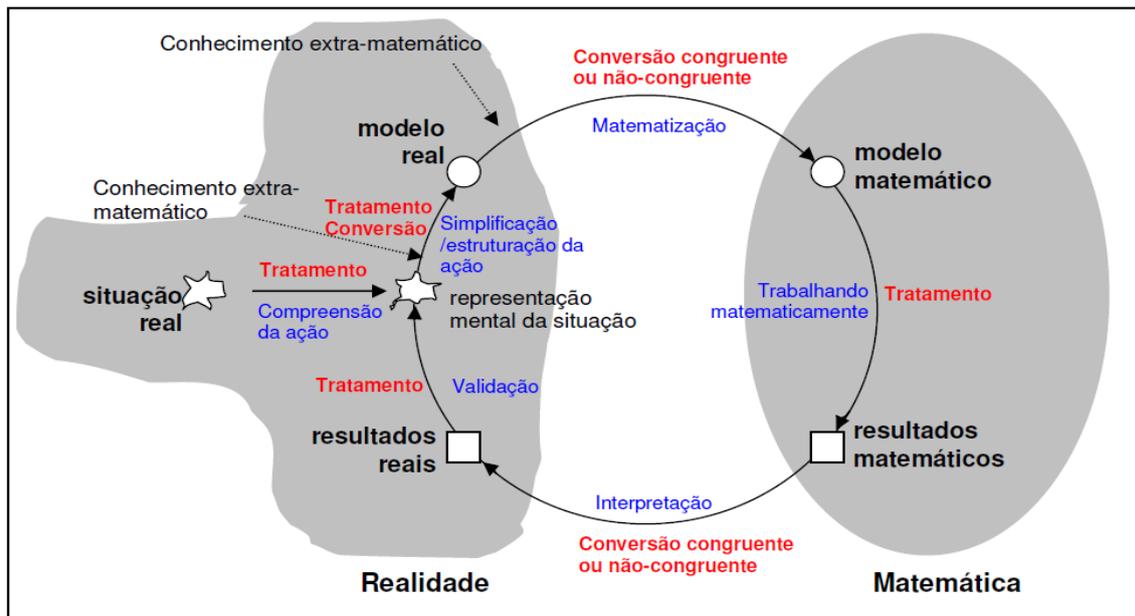


Fonte: Blum e Leiß (2005, p. 1626)

Ferri(2006) utiliza o ciclo de Blum e Leiß (2005) numa vertente cognitivista dando ênfase aos processos de pensamento individuais que são expressos por meio de ações durante o

processo de modelagem. A comunhão entre o conhecimento matemático e o conhecimento extra-matemático conduz a ações cognitivas.

Figura 1.2: Atividades cognitivas estabelecidas por Duval e ações cognitivas estabelecidas por Ferri que podem ocorrer no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Silva (2008, p 207)

Optamos por averiguar a construção do conceito de números racionais. Romanatto (1999) compara a aprendizagem do conceito de números racionais a uma teia com ramificações. No centro da teia fica a notação a/b com, a e b inteiros e $b \neq 0$. Desse ponto central dissemina mais seis contextos: o contexto relação *parte/todo*, o contexto em que está presente a ideia de quociente, o contexto de razão vista como uma comparação entre a parte e o todo, o contexto onde o número racional é usado como fator multiplicativo, o contexto da probabilidade e o contexto em que é representado na reta numérica.

Esse modelo analógico do número racional, como uma teia envolvendo relações, revelam sua complexidade e quanto é inviável reduzir sua aprendizagem a um conjunto de técnicas operatórias desconectadas de situações da realidade. As operações cognitivas de tratamento e conversão auxiliam na compreensão desse conceito.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa é de caráter qualitativa apresentando como característica marcante o ambiente natural dos alunos como fonte direta para a coleta de dados. Usaremos o diário de bordo do professor e dos alunos, as produções textuais dos alunos, gravações das atividades em vídeo e áudio como instrumentos para a coleta de dados da pesquisa.

Norteados pelos pressupostos da Educação Matemática Crítica aplicaremos uma atividade dentro do contexto da modelagem sociocrítica sugerida por Barbosa(2001) agindo num cenário de investigação no ambiente (6) conforme Skovsmose (2008) averiguando a presença dos atos dialógicos na concepção de Alro e Skovsmose (2010). Os ciclos de Blum e Leib (2005) e Ferri (2006) orientaram a execução da tarefa.

O problema proposto será extraído da realidade dos alunos, um problema não-matemático, relacionado ao seu consumo de água conforme o planejamento das ações no quadro:

Quadro 1: Planejamento das ações em campo orientadas pelo ciclo da modelagem

Ciclo da modelagem	Ações planejadas	Aula de 50 min	Operações cognitivas	Atos dialógicos
Compreensão	Exibição do Vídeo: “Água, planeta em crise”. Socialização das informações do vídeo.	3	Tratamento	Presentes em todas as etapas: <ul style="list-style-type: none"> • Estabelecer contato; • Perceber perspectivas; • Reconhecer; • Posicionar-se; • Pensar alto; • Reformular; • Desafiar; • Avaliar.
Simplificação/estruturação	Discussão e elaboração de um problema simplificado: Eu sou gastão de água?	1	Tratamento Conversão	
Matematização	Sai do mundo real e entra no mundo da matemática. Registro das hipóteses e estratégias na solução do problema.	1	Conversão	
Trabalho matemático	Resolução do modelo matemático.	1	Tratamento	
Interpretação	Propor a avaliação sobre os procedimentos e as variáveis matemáticas usados no modelo construído.	1	Conversão	
Validação	Comparar o resultado obtido com o mundo real justificando.	1	Tratamento	

Fonte: Arquivo do pesquisador

As análises dos dados serão feitas à luz do referencial teórico.

Considerações Finais

Diante do desenvolvimento tecnológico num mundo globalizado marcado pelas contradições sociais direcionamos nosso olhar crítico para o ensino da matemática. Encontramos nos pressupostos da Educação Matemática Crítica e na teoria das representações semióticas respaldos teóricos que fundamentassem a pesquisa.

Acreditamos que a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica contribui para superar o poder formatador da matemática e a ideologia da certeza possibilitando emergir um ambiente de aprendizagem que contemple interações comunicativas dialógicas entre os participantes da pesquisa. No que tange ao conhecimento científico ela possibilita a coordenação de diferentes registros de representação semiótica bem como promove a integração entre o conhecer matemático, tecnológico e reflexivo essenciais para a alfabetização matemática.

Cabe salientar que tanto o cenário de investigação, o diálogo e a prática da modelagem constituem em sua essência elementos imprevisíveis. Não podemos prever com exatidão o desenrolar da atividade. Trabalhamos na “zona de risco” estando atentos que as investigações podem nos conduzir a outras experiências enriquecedoras. A pesquisa portanto não está engessada e novos direcionamentos podem surgir após a execução das atividades de campo.

Referências

- ALRO, H; SKOVISMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueira. 2ª. Belo Horizonte: Autêntica, 2010
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, Caxambu. **Anais...**Rio de Janeiro:ANPED, 2001. 1 CD-ROM
- BARBOSA, J.C. Modelagem Matemática e a Perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos, SP. **Anais...**Santos, SP: SBM, 2003. p. 1-13. GT Modelagem matemática. CDROM

Blum, W.; Leiß, D. (2005). **How do students and teachers deal with modeling problems?** In C. R. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematica I modeling (ICTMA–12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood.Publishing.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2013.

FERRI, R. B. **Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 2, p 86- 95, 2006

ROMANATTO, M. C. **Número racional: relações necessárias a sua compreensão.** Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 1999.

SILVA, C; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. **Revista Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.43, p.817-838, 2012

SILVA, K. A. P. S. **Modelagem matemática e semiótica: algumas relações.** 218 f Dissertação de mestrado - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2008.Londrina,2008.Disponível em:<https://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/karin_a_silva_texto.pdf>.Acesso em 30 set 2016.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática.** Campinas, SP: Papirus, 2008

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia.** Campinas, SP; Papirus, 2001