

Raciocínio Abduativo: investigação e produção de conhecimento matemático.

Jesaiás da Silva Souza¹

GD11 – Filosofia da Educação Matemática

Resumo do trabalho. O contexto deste trabalho se insere no raciocínio abduativo proposto por Charles Sanders Peirce (1839 – 1914). Norteadado pelo referencial fenomenológico busca-se, num movimento hermenêutico, compreender a abdução numa investigação matemática. Tomaremos como base para a análise as ideias do filósofo Peirce e Hans-Georg Gadamer (1900 – 2002), abordando em geometria Johannes Kepler (1571-1630), Johann Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792 – 1856) e János Bolyai (1802–1860) e lógica crítica Jan Łukasiewicz (1878 – 1956) e Zadeh (1921). Trata-se, portanto, de uma pesquisa qualitativa que assume a postura fenomenológica. A relevância desta pesquisa está na possibilidade de compreender e expor a produção do conhecimento matemático em lógica crítica e geometria. Ou seja, evidenciar a estrutura de desenvolvimento desses temas a fim de apresentar as particularidades do raciocínio abduativo na produção matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Investigação; Hermenêutica; Fenomenologia;

Introdução

A ciência Matemática tem sua história redigida pelas descobertas oriundas dos enfrentamentos de situações por curiosidade ou necessidade. Iniciando no grande Egito, não tão a fundo nos primórdios do conceito de número e das bases numéricas primitivas, mas iniciando com as notações hieróglifas, o *Papirus de Rhind* com problemas matemáticos, as operações aritméticas, os problemas geométricos, as razões trigonométricas e as construções das pirâmides, compreende-se, através dos relatos históricos, os desafios enfrentados e a notoriedade de uma investigação (BOYER, 1974, p.

¹ Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho - UNESP, e-mail: jesaiassouza.edc@gmail.com.br, orientadora: Dra. Rosa Monteiro Paulo.

7-17). Na Mesopotâmia, a geometria relacionada com as mensurações práticas ou as regras gerais de determinação de áreas, era conhecida, assim como a álgebra e as equações quadráticas, o que fundamentaram, de certo modo, a produção de conhecimento (EVES, 1997, p. 60-61).

Na Grécia não foi diferente, a matemática demonstrativa, o estudo das grandezas irracionais, os sólidos regulares, o raciocínio postulacional, os Elementos de Euclides, todos trazem em seu bojo características investigativas. Na Europa, Galileu (1564 – 1642) e as sua descoberta de quatro luas ao redor de Júpiter (HAWKING, 2005, p. 57), Kepler com os estudos dos movimentos dos planetas em torno do sol (BOCZKO, 1984, p. 288) e Gauss com as funções elípticas (STRUİK, 1987. p. 145), são estudos investigativos fundamentais para o desenvolvimento das ciências que se expandiram através dos desafios de épocas distintas.

Ou seja, nessa breve incursão pela História da Matemática vê-se que foram necessários procedimentos investigativos, embora com características distintas não se pode negar sua relevância para a produção de conhecimento matemático. Para Mendes (2009, p. 49), tais características revelam-se a partir de dois eixos: o contexto sócio cultural e a cognição humana. Esse autor cita como exemplo:

A mudança efetuada entre o estudo da corda de um arco de circunferência para o estudo da metade dessa corda até a conceituação do seno. Trata-se aqui de um esquema matemático elaborado em virtude da convivência operacional percebida pelos hindus e árabes para a construção das tábuas de cordas, úteis à sua astronomia. (MENDES, 2009, p. 49-50)

Os estudos de História e Filosofia da Matemática revelam a produção de conhecimento matemática de modo que cada fato histórico, expõe um acontecimento que “exerceu na sociedade uma função desencadeadora de uma série de acontecimentos matemáticos úteis à humanidade e que ainda podem gerar muito mais” (MENDES, 2009, p. 72). Isso nos provoca e nos faz interessados em estudar os processos de investigação na produção do conhecimento matemático, dando destaque a alguns aspectos da produção de conhecimento relacionados a lógica crítica e a geometria não euclidiana. Entende-se que, num contexto de mudança do paradigma – da lógica clássica para a crítica e da geometria euclidiana para a não euclidiana – pode-se ter indícios de processos distintos de pensamento, argumentação, validação, etc.

A opção por esse tema e áreas de conhecimento, deve-se ao fato de que, no mestrado (2014), realizamos um estudo no qual foi possível compreender o sentido da abdução nas obras de Charles Sanders Peirce, mais especificamente no *The Collected Papers*. A partir de um estudo hermenêutico, com base em Gadamer (1999), focamos o sentido de abdução em Peirce e, nesse estudo, mostra-se a investigação atrelada ao processo de produção de conhecimento. Em síntese, pudemos compreender que, em Peirce, o sentido de abdução pode ser entendido segundo três categorias: procedimento, característica e definição.

Vimos que a abdução é um procedimento que se inicia com o levantamento de hipóteses, favorecido pelos fatos observados e permite que a investigação seja realizada, levando, caso a hipótese se confirme, ao desenvolvimento de uma teoria. Tal desenvolvimento possibilita a realização de um estudo com objetivo bem definido.

A característica revela uma particularidade ou aquilo que é singular a um determinado tipo de raciocínio permitindo dizer se ele é abduutivo. Para Peirce, a abdução traz características peculiares em que, tendo se constituído a interrogação que busca o levantamento de hipóteses a partir de articulações e conjecturas, o faz de maneira inesperada, surgindo como fruto da observação e da experiência que revelam a força do que é percebido.

E por fim interpretamos a abdução em Peirce a partir da ideia de conceito. Nesse sentido ela é uma elaboração do que se observou, abstraiu ou generalizou, de modo que o processo da construção mental leve o sujeito a compreender as relações e as interações, estabelecendo comparações. Assim, conceituar “é uma atividade de compreensão do objeto em estudo e da criação subjetiva de significados”. (VAZ, 2010, p. 39). Tal qual entendemos, o ‘conceituar’ tratado pela autora envolve a percepção, a compreensão do que é percebido, interpretado e comunicado. A comunicação leva à organização e exige um *meio* para ser enunciada.

Desse modo, a definição é a “compreensão de um conceito enunciado a partir da linguagem de uma determinada ciência” (VAZ, 2010, p. 31). Com isso se revela que, para Peirce (1992), a abdução é o encadeamento de atividade mental proveniente de uma conexão dos elementos da consciência ou de ideias derivadas de fatos observados sendo

portando um raciocínio, uma inferência lógica, de modo que tudo acontecerá segundo um procedimento organizado.

Esse modo de raciocinar, segundo Peirce (1992), é elementar uma vez que expressa uma adoção provisória de uma hipótese. Tal expressão traz o raciocínio abduutivo do que se desencadeou mentalmente a partir da observação. A exposição é, portanto, um argumento originário tomado como verdadeiro, a partir do qual podemos tirar uma consequência inédita, uma ideia nova ou (nova) possibilidade. Trata-se de um raciocínio completamente diferente dos outros tipos de raciocínio que conhecemos, pois abre possibilidades de uma nova inteligibilidade² do que se vê e do que se pode expressar quando elaboramos uma explicação acerca do que é visto, e a investigação pode ter início nesse momento.

Tendo isso esclarecido, faz-se necessário refletir: como isso pode contribuir para a produção do conhecimento matemático? Se atentarmos para a filosofia da Matemática, tem-se Platão afirmando que se pode conhecer os objetos matemáticos e as verdades matemáticas pelo intelecto, pela inteligência. Isso ocorre por meio do entendimento (SILVA, 2007, p. 42). Com Aristóteles, o estudo da matemática tem como propósito a explicação da aplicabilidade da matemática ao mundo empírico, suas análises contribuíram com noções metamatemáticas fundamentais para a sistematização dos estudos da matemática. O conhecimento matemático para Aristóteles é um conhecimento intelectual (SILVA, 2007, p. 48-55).

Tais apontamentos permite-nos compreender que a produção do conhecimento pode ser entendida a partir do “trazer à luz”³ esse conhecimento, fruto do método investigativo iniciado com o raciocínio abduutivo, com um ato inferencial, uma hipótese provisória que tem origem na pergunta (ou no ato de questionar), uma maneira de se iniciar esse processo de produção, tal qual compreendemos no estudo de Peirce. Pelo modo como a abdução se revelou em nosso estudo de mestrado entende-se que há características importantes a serem analisadas na produção do conhecimento matemático que se mostra na Filosofia da Matemática e pode indicar aspectos do raciocínio abduutivo.

² Modo de ser inteligível. Inteligível – o que pode ser entendido /.../ ou compreendido. Nesse sentido, o entendimento inteligível é objeto do intelecto. (ABBAGNANO, 2000, p. 573 – 575).

³ Produção é a ação de dar à luz. (TORRINHA, 1939, p. 892)

Mediante tais compreensões e inquietações nos perguntamos: o raciocínio abduutivo norteia a produção do conhecimento matemático? Em busca da compreensão do que é interrogado pretende-se, motivados ainda pelo trabalho de mestrado, investigar aspectos da produção do conhecimento nas lógicas não clássicas e nas geometrias não euclidianas. Para tanto o foco é no modo de investigação que desencadeia o processo de produção do conhecimento. Se considerarmos, por exemplo, uma situação acerca do estudo das elipses e do movimento dos planetas de Kepler, vê-se que,

[...] enquanto dava aula em Graz, teve uma súbita revelação que significou o começo de uma viagem apaixonante e mudou o rumo de sua vida. Era, a seu ver, a chave secreta para a compreensão do universo. Kepler desenhou no quadro-negro, para a sua turma, um triângulo equilátero dentro de um círculo, e outro círculo dentro de um triângulo. Pareceu-lhe que a razão dos círculos indicaria a razão das órbitas de Saturno e Júpiter. Inspirado pela revelação, Kepler supôs que todos os seis planetas então conhecidos estariam dispostos ao redor do Sol de modo que as figuras geométricas se encaixassem perfeitamente entre eles. (HAWKING, 2005, p. 103)

O que nos chama a atenção? O modo pelo qual a investigação nesse processo produtivo se dá. Não há um momento específico ao qual o pesquisador se volte para à investigação. Ela dá-se no movimento do próprio pensar. Essa hipótese levantada por Kepler seria um raciocínio abduutivo? Esse é o caminho que pretendemos trilhar em nosso estudo, buscando identificar se e como o raciocínio abduutivo, que valoriza a criatividade e abre possibilidades de produção de conhecimento nesse processo investigativo, está presente. Para que isso seja possível entendemos ser importante investigar e apresentar os caminhos percorridos pelos matemáticos até o levantamento de hipótese. Assim, faremos um estudo hermenêutico, entendendo que hermenêutica

significa em primeiro lugar práxis relacionada a uma arte [...]. A arte, em questão aqui, é a arte do anúncio, da tradução, da explicação e interpretação, que inclui naturalmente a arte da compreensão que lhe serve de base e que é sempre exigida quando o sentido de algo se acha obscuro e duvidoso. (GADAMER, 1999, p. 111-2).

Isso significa que, na leitura de um texto, devemos manter o olhar atento e um constante reprojeter, pois toda interpretação:

tem que proteger-se contra a arbitrariedade da ocorrência de “felizes ideias e contra a limitação dos hábitos imperceptíveis do pensar, e orientar sua vista “às coisas elas mesmas” (que para os filólogos são textos com sentido, que também

tratam, por sua vez, de coisas) /.../. Pois o que importa é manter a vista atenta à coisa, através de todos os desvios a que se vê constantemente submetido o intérprete em virtude das ideias que lhe ocorram. Quem quiser compreender um texto realiza sempre um projetar. Tão logo apareça um primeiro sentido no texto, o intérprete prelineia um sentido do todo. Naturalmente que o sentido somente se manifesta porque quem lê o texto lê a partir de determinadas expectativas e na perspectiva de um sentido determinado. A compreensão do que está posto no texto consiste precisamente na elaboração desse projeto prévio, que, obviamente, tem que ir sendo constantemente revisado com base no que se dá conforme se avança na penetração do sentido. (GADAMER, 1999, p. 402)

Portanto, o importante é ter clareza de que se deve estar atento ao mostrar-se da alteridade do texto na leitura compreensiva, interpretando-o hermeneuticamente, de modo a compreendê-lo. Tal compreensão é iluminada pela interrogação do leitor, ou seja, por aquilo que ele busca saber e seu olhar visa ideias expressas no texto. Essa compreensão não é um ato puramente intelectual, ela

consiste antes no fato de que não é necessária a congenialidade para reconhecer o que é verdadeiramente significativo e o sentido originário de uma tradição. Somos, antes, capazes de abrir à pretensão excelsa de um texto e corresponder compreensivamente ao significado com o qual nos fala. (GADAMER, 1999, p. 464).

Ao buscarmos compreender textos, diagramas, figuras, ou tudo que os matemáticos utilizaram para expor as ideias, definições, teorias a que chegaram deve se ter clareza de que aquele que se propõe a isso:

não somente projetou-se a si mesmo a um sentido, compreendendo – no esforço do compreender – mas que a compreensão alcançada representa o estado de uma nova liberdade espiritual. Implica a possibilidade de interpretar, detectar relações, extrair conclusões em todas as direções, que é o que constitui o entender do assunto dentro do terreno da compreensão dos textos. (GADAMER, 1999, p. 394)

Entende-se, portanto que a pesquisa que a partir da pergunta orientadora será desenvolvida poderá contribuir para a análise das possibilidades do raciocínio abduutivo nesse processo investigativo que pode levar a produção do conhecimento matemático.

Relevância da investigação proposta

A relevância desta pesquisa está em explicitar, a partir de estudos em Filosofia da Matemática, que se pauta no proceder de modo analítico, crítico, reflexivo, sistemático e universal no trato de “temas concernentes à região de inquérito da matemática” (BICUDO e GARNICA, 2011, p. 40), tentando responder questões, por exemplo, sobre a produção do conhecimento matemático de Johannes Kepler (1571-1630), Johann Carl Friedrich Gauss

(1777 – 1855), Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792 – 1856) e János Bolyai (1802–1860) da geometria não euclidiana e Jan Łukasiewicz (1878 – 1956) e Zadeh (1921) da lógica crítica focando, especificamente os objetos matemáticos com a intenção de compreender se há indícios do raciocínio abduutivo e como ele é empregado.

O conhecimento, como apresentado por Bicudo (2008, p. 146-147), é uma atividade, é dinâmico e perspectival. Logo o processo de sua produção tem uma realidade que também é dinâmica que valoriza o ato criador. Esse ato criador envolve a elaboração de conjecturas ou hipóteses que, mediante investigação, levam a construção de argumentos e sua validação. Essa produção está pautada em princípios de realidade, e também, porque não dizer, lógicos, uma vez que há investigação e organização mesmo que não se admita uma linearidade em tal organização. Ou seja, há metas, objetivos e questões que se deseja investigar, mas não há uma sequência determinística que nos dê garantias de resultados infalíveis. Bicudo (2009, p. 232-33), afirma que:

Eu compreendo construção/produção da realidade e construção/ produção do conhecimento como faces de um mesmo movimento, de maneira que o professor/pesquisador, com atitude assumida de sempre dar-se conta do que faz, pergunte-se: “quais as características do que quero conhecer e trazer como conteúdo das atividades educadoras?”; “como proceder para avançar no conhecimento disso que me proponho a conhecer e nos modos de proceder junto aos meus aprendizes, co-sujeitos desse processo de pesquisar/conhecer/organizar o produzido em formas possíveis?”. Essas perguntas não se sustentam se o pensamento em processo for pautado em uma lógica linear, estruturada em termos de antes e depois, de causa e de consequência. Seguindo essa lógica, haveria necessidade de conhecermos as características do investigado para poder investigá-lo. Acabariamos por penetrar em um círculo vicioso, em que o “quê” implicaria, necessariamente, o “como” e vice-versa. Não nos seria possível avançar em compreensões e interpretações. Porém, essas perguntas mostram-se procedentes se assumirmos a complexidade do “ser sendo”. /.../ Essa concepção permite que falemos em construção da realidade e construção do conhecimento dando-se em um movimento de ser e de conhecer.

Esse é o movimento de produção do conhecimento que entendemos e que pode ser principiado pela abdução (levantamento de hipóteses) tal qual pudemos entender na pesquisa realizada. Podemos dizer que, se o raciocínio abduutivo for desvelado nos meandros dos textos aos quais nos dispomos a estudar, poderão ser abertos alguns caminhos para compreendermos o conhecimento matemático produzido no âmbito da

Matemática. Desse modo, tal qual estamos entendendo, esta pesquisa terá uma contribuição epistemológica, olhando-se a produção do conhecimento a partir dos aspectos abdutivos.

Procedimentos de investigação e de análise

O que se busca compreender e apresentar na pesquisa aqui exposta é *se e como* o raciocínio abduutivo se mostra na produção do conhecimento matemático dos matemáticos Kepler, Gauss, Bolyai, Lobachevsky, Lukasiewicz e Zadeh. Partindo das ideias de Charles Sanders Peirce (1839-1914) sobre abdução pretende-se explicitar as potencialidades que este tipo de raciocínio proporcionou ao desenvolvimento da matemática, especificamente da lógica e da geometria não euclidiana. A pesquisa será conduzida numa abordagem qualitativa e assume a postura fenomenológica. A fenomenologia,

[...] se reveste de um fascínio especial que representa o envolvimento do pesquisador com o ato de pesquisar. Pesquisar, segundo Joel Martins quer dizer, ‘ter uma interrogação e andar em torno dela, em todos os sentidos, sempre buscando todas as suas dimensões e, andar outra vez’[...]. A interrogação se mantém viva porque a compreensão do fenômeno não se esgota nunca. (FINI, 1994, p. 23-4)

A interrogação, na pesquisa fenomenológica, explicita os objetivos da pesquisa. Em nosso caso interessa-nos indícios do raciocínio abduutivo na produção do conhecimento matemático. A região de inquérito na qual a interrogação se situa é a Filosofia da Matemática que traz, via obras de matemáticos, o *locus* da investigação. O fenômeno não é o raciocínio abduutivo isoladamente, mas o que se mostra na produção do conhecimento matemático. Ou seja, o fenômeno é o raciocínio abduutivo’. Para o desenvolvimento da investigação optamos pela fenomenologia considerando que ela “não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida” (BICUDO, 1999, p. 13) e que, portanto, nos possibilitará, através da compreensão dos textos, ver se os matemáticos se valeram do raciocínio abduutivo e como isso contribuiu para a produção de conhecimento.

Salientamos, ainda, que a perspectiva básica deste trabalho é descrever o fenômeno e não explicá-lo. Para tanto, partimos de uma pergunta, pois, de acordo com Gadamer (1999, p. 535-7) “a colocação de uma pergunta pressupõe abertura [...] a decisão da

pergunta é o caminho para o saber. E esta decisão se toma porque predominam os motivos a favor de uma possibilidade e contra outra; mas isto ainda não é conhecimento completo [...]”. A pergunta é a abertura que dará movimentação. Logo, em nossa pesquisa, busca-se compreender *se* e *como* o raciocínio abduutivo se mostra na produção do conhecimento matemático.

É, portanto, um estudo compreensivo cuja reflexão e o pensar serão norteados pela leitura hermenêutica que, segundo Gadamer (1999), pode proporcionar condições para destacar, do texto, o que é relevante para a interrogação e auxilia a sua compreensão, de modo que o foco seja desvelar o que está diante de nós como entendimento daquilo que nós pretendemos compreender. Esse objeto de compreensão que está diante de nós, para Gadamer, pode assumir distintas formas expressivas como uma obra de arte, uma música, um texto, etc. Para que o entendimento seja possível “é necessário que dominemos o assunto” (GADAMER, 1999, p. 161), ou seja, deve-se conhecer a região de inquérito (lócus) no qual a pesquisa se situa e, para isso, é preciso conhecer a pergunta que originou o texto e o contexto no qual a produção se desenvolveu.

Referências

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000. 1014 p.
- BICUDO, M. A. V. **Contribuição da fenomenologia para a educação**. In: BICUDO, M. A. V (Org). *Fenomenologia uma visão abrangente da Educação*. São Paulo: Olho D'água, 1999. p. 11-51.
- BICUDO, M. A. V. **A pesquisa interdisciplinar: uma possibilidade de construção do trabalho científico / acadêmico**. *Educ. Mat. Pesquisa*. São Paulo. v. 10. n. 1, 2008. p. 137-150.
- BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática: por quê?** *Bolema*, Rio Claro-SP, v. 22, nº 32, 229-240 p. 2009.
- BICUDO, M. A. V; GARNICA, V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. Coleção *Tendências em Educação Matemática* – 4 ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.
- BOCZKO, R. **Conceitos de astronomia**. São Paulo: Edgard Blücher, 1984.
- BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 2. ed. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1997.

FINI, M. I. **Sobre a pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte.** In: BICUDO, M. A. V. e ESPOSITO, V. H. C. (org.). Pesquisa qualitativa em educação. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. GADAMER, Hans-Georg. **Verdade e método**/ Hans-Georg Gadamer: tradução de Paulo Flávio Meurer:- Petrópolis, RJ: Vozes, 1999.

GADAMER, H. **Verdade e método I** / Hans-Georg Gadamer. Trad. Flávio Paulo Meurer: 3. ed. -Petrópolis, RJ: Vozes. 1999.

HAWKING, S. W. **Os gênios da ciência: sobre os ombros de gigantes.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 256 p.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. xiv, 256 p.

SILVA, J. J. **Filosofias da matemática**/Jairo José da Silva – São Paulo: Editora UNESP, 2007.

STRUIK, D. J. **A concise history of mathematics** . 4 ed. New York: Dover, 1987

TORRINHA, F. **Dicionário português-latino.** 2. ed. Porto, Portugal: Domingos Barreira, [1939].

VAZ, I. C. **Os conceitos de limite, derivada e integral em livros didáticos de cálculo e na perspectiva de professores de matemática e de disciplinas específicas em cursos de engenharia** / Ieda do Carmo Vaz Minas Gerais. 2010.176 f.