

Subsídios para uma “Epistemologia da Imaginação e da Intuição” no Campo da Matemática a partir do Diálogo entre as Ideias de Poincaré e Bachelard

Lucimar Donizete Gusmão¹

GD11 – Filosofia da Educação Matemática

Este trabalho é parte da pesquisa de Doutorado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá – UEM. Tem como problemática: colocar em suas devidas bases epistemológicas o problema da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática, a fim de fundamentar do ponto de vista conceitual, a interdisciplinaridade entre a matemática, a arte e outras ciências, procurando favorecer o ensino e a compreensão da própria matemática e o seu papel na educação matemática. Para elaborar uma “epistemologia da imaginação e da intuição” buscaremos nessa pesquisa, subsídios teóricos na epistemologia e filosofia da ciência de Henri Poincaré e de Gaston Bachelard. Ambos trouxeram muitas contribuições nesse campo. Suas concepções sobre a construção da ciência, a sua relação com a matemática e o papel da imaginação e da intuição entram em diálogo por lados opostos, diálogo que é um dos nossos principais motivadores na pesquisa. Essa pesquisa, além de trazer contribuições para o campo da própria filosofia e epistemologia da ciência e da matemática, tem profundas implicações para a educação matemática, o que possibilita trazer também esclarecimentos, reflexões, argumentações e ideias para os professores de matemática em formação, permitindo-lhes a elaboração de metodologias inovadoras para o ensino da matemática, onde a imaginação, a intuição e a criatividade estejam presentes, além do puramente lógico e algorítmico.

Palavras-chave: educação matemática; conhecimento matemático; epistemologia da imaginação; interdisciplinaridade; intuição.

Introdução

O conhecimento matemático socialmente produzido pela humanidade, coletiva e historicamente, exige formas diferenciadas para apreendê-lo. Comumente aceita-se que essa apreensão está ligada às formas que privilegiam a racionalidade, a lógica, as regras, o rigor. No entanto, a apreensão da matemática e do “mundo”, em que o conhecimento matemático tem papel fundamental, se vale de aspectos ligados à sensibilidade, à imaginação e à intuição, cuja racionalidade escapa de qualquer lógica.

Em Gusmão (2013), defende-se uma educação matemática que valorize o sensível, uma educação da sensibilidade, uma forma de pensar, capaz de desenvolver e refinar as percepções acerca do mundo e das coisas do mundo, inclusive do mundo racional,

¹ Universidade Estadual de Maringá, e-mail: lucimar.gusmao@gmail.com, orientador: Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco e coorientador: Prof. Dr. José Carlos Cifuentes.

percepções que também podem envolver a própria matemática, quando enfocada do ponto de vista estético. Esse trabalho teve a finalidade de trazer subsídios teóricos para fortalecer a relação interdisciplinar entre matemática e arte, ou melhor, entre matemática e estética (a ciência do conhecimento sensível). Nele enfatizou-se a importância de se ascender ao conhecimento matemático por meio dos processos que envolvem, além da razão, também a sensibilidade no campo da matemática, e que estão relacionados com a intuição, a imaginação, a espontaneidade, a liberdade e a criatividade.

A apreensão estética na relação da matemática com a arte e outras ciências, reside na “percepção” dos padrões, da disposição, da ordem, da elegância e da harmonia dos “objetos” em estudo em suas relações mútuas. Essa harmonia ajuda a interpretar matematicamente a natureza e a realidade estudada por essas ciências e, para interpretá-las, é fundamental compreender a matemática em forma mais abrangente. Nisso contribuem, além da lógica, também a imaginação e a intuição.

Ainda se referindo à dissertação, nela apareceu tangencialmente o filósofo da ciência Gaston Bachelard (1884-1962) com suas vertentes “diurna” e “noturna”, como uma possibilidade de acesso ao conhecimento para justificar a passagem da arte para a matemática. A dissertação aponta para a compreensão da própria arte como uma forma de conhecimento, portanto, susceptível de uma abordagem epistemológica. A partir disso, destacamos que a própria matemática tem uma face estética, ao revelar suas características de imaginação, intuição e criatividade, capacidades próprias do campo da arte. Segundo nosso entendimento, a matemática nessa forma alargada de compreensão, também permitiria uma abordagem epistemológica vinda dessa epistemologia da arte, dessa poética transformada em epistemologia.

Nessa perspectiva, entra Bachelard com suas duas vertentes para nos fornecer subsídios para começar a pensar na problemática da pesquisa, pois um dos desafios da tese consiste na elaboração de uma “epistemologia da imaginação” no campo da matemática, traduzindo a força da epistemologia “diurna” de Bachelard para a análise da sua poética “noturna”. São as ideias do Bachelard noturno que nos interessam nesta pesquisa, tratando de identificar traços de sua epistemologia científica (o Bachelard diurno) nessa face poética para traduzi-los ao campo da matemática.

Na dissertação ainda, um dos autores principais foi Herbert Read (1893-1968) que propõe o “método estético”, uma espécie de razão poética, que valoriza a espontaneidade, a liberdade, a sensibilidade no processo de construção de conhecimentos em contraponto à razão científica. Esse método, então, incorpora os mecanismos da imaginação e da criação, próprios da arte, principalmente o mecanismo de “síntese” para atingir um conhecimento mais integrado, como também Bachelard procura.

Nesse caminhar, torna-se mais visível os trabalhos do matemático e filósofo Henri Poincaré (1854-1912) para subsidiar esta pesquisa. Do campo da matemática, ele traz para discussão a intuição como forma de acesso ao conhecimento matemático, contribuindo para o entendimento dessa concepção alargada de matemática. Além disso, entra em diálogo com Bachelard ao encontrarmos ponto de contato ou de convergência, principalmente no que diz respeito à suas concepções de ciência e sua relação com a matemática. Com Poincaré ampliamos, então, o desafio que é a elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática.

Assim, movidos pelo senso da beleza e da sensibilidade estética, apontamos a problemática da pesquisa: colocar em suas devidas bases epistemológicas o problema da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática, visando à educação (em) matemática, cujo objetivo geral é: discutir a possibilidade de elaborar uma "epistemologia da imaginação e da intuição" no campo da matemática (e possíveis desdobramentos na educação matemática), buscando fundamentar, do ponto de vista conceitual, usando a “epistemologia da imaginação e da intuição”, a interdisciplinaridade entre a matemática, a arte e outras ciências, especialmente a física.

Em defesa de uma epistemologia da imaginação e da intuição em matemática

Na matemática, a imaginação e o conhecimento a partir da imaginação, apesar de não estar do lado da objetividade científica, não é um fato trivial, desprovido de toda racionalidade, é possível caracterizá-la como um processo pré-científico, entendendo que a imaginação não é apenas o processo de construir ou criar imagens, envolve a realização de sínteses nessa criação.

Com Poincaré e Bachelard buscaremos elaborar uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática. Ambos trouxeram muitas contribuições no campo da epistemologia e filosofia da ciência, em especial suas concepções sobre a construção da ciência, a sua relação com a matemática, relação em que a imaginação e a intuição entram em diálogo com ela, diálogo que é um dos principais motivadores desta pesquisa.

Discutir a epistemologia de Poincaré e de Bachelard nos coloca a assumir uma postura filosófica diante do conhecimento a ser (re)elaborado para o campo da matemática e da educação matemática, em interconexão com as outras ciências. Nesse contexto, a matemática é considerada como um fazer, uma forma de pensar, e não só um saber. Sobre essa questão, Cifuentes (2010, p. 20) afirma que ela “é um movimento, fazer matemática é como fazer filosofia, o filosofar, e por que não, no caso da matemática, o matematizar, tendo ambas as atividades uma raiz comum”.

Nas ideias de Poincaré sobre imaginação, intuição, invenção, descoberta, em complemento à lógica expressa em seus textos, a questão da imaginação, que toma forma na sua filosofia sob a alcunha de exercício da intuição, é fundamental para a concepção de ciência que esse pensador propõe.

Da vertente noturna de Bachelard, temos um pensador do devaneio poético, que pautava seu conhecimento na poética, na imaginação e na criatividade. A imaginação criadora passa a ter um destaque na epistemologia de Bachelard. Para ele “a imaginação não é, como o sugere a etimologia, a faculdade de formar imagens da realidade; ela é a faculdade de formar imagens que ultrapassam a realidade, que cantam a realidade. É uma faculdade de sobre-humanidade” (BACHELARD, 2013, p. 16).

Segundo Paiva (2005) a imaginação criadora revela-se como um poder de maximizar a inventividade. A ela compete libertar-se das imagens inertes, romper com estados de alma e desrealizar o mundo corporificando o irreal. A imaginação em Bachelard é uma força cuja envergadura supera a condição humana. Suas imagens buscam suplantar o que se oferece à visão, engendrando formas outras, realidades inexistentes.

Essa imaginação criadora nos leva a uma poética. Ciência e poética provém, de “lugares diversos do espírito, mas compete a ambas dar existência ao que não é, desrealizando o real, de modo que as oposições entre elas não obscurecem as similaridades: a abertura para

o novo, a recusa da imobilidade, a dinamicidade, a inegável presença do sujeito criador” (Ibidem, 2005, p. 164), subsídios para uma epistemologia da imaginação.

Falar de “epistemologia da imaginação e da intuição” no contexto da matemática, onde tradicionalmente a lógica é soberana, é quase um paradoxo, no entanto, a racionalidade da imaginação, da intuição, envolvendo também os processos de criação, que se pretende aqui colocar em evidência, pode possibilitar a elaboração dessa epistemologia e permitir uma melhor compreensão da própria matemática como produtora de saber e de seu papel na educação matemática. Assim, acreditamos que a problemática apresentada, bem como os objetivos propostos são de interesse da ciência, da matemática e da educação matemática.

Entre as implicações para o campo da educação matemática, colocamos as ligadas à visualização em matemática a partir de um diálogo entre a epistemologia e a poética. Nesse caminhar, acreditamos que, como acender a luz num “quarto escuro”, a pesquisa poderá elucidar aspectos epistemológicos importantes da visualização o que permitirá a compreensão da própria matemática.

Colocar a epistemologia, que está do lado da razão científica, ligada com a imaginação, considerada do lado da razão poética (há uma racionalidade na criação), é já um desafio. Há, então, um pressuposto: a imaginação tem uma racionalidade (o que não deve ser confundido com ter uma lógica) que pode ser subsídio para o conhecimento em matemática. Razão e imaginação não são ações dicotômicas, ambas possuem características semelhantes, de criar significados e produzir conhecimentos para instaurar o que ainda não existe. Razão e imaginação caracterizam-se como criadoras, ativas, abertas e realizantes.

Com a problemática apontada e o objetivo pretende-se estimular e fortalecer os estudos sobre a interdisciplinaridade entre a matemática, a arte e as outras ciências e contribuir para o conhecimento matemático no campo da educação matemática.

Ao discutir a possibilidade de elaborar uma “epistemologia da imaginação e da intuição”, no campo da matemática, procuramos resgatar traços da epistemologia científica de Poincaré, quando esse defende a invenção na matemática, alimentada pela intuição e, de Bachelard “noturno”, quando esse propõe o termo ‘surracionalismo’, termo tomado da surrealidade da arte, entendido como propulsor da criação, para alargar a compreensão da

própria matemática e multiplicar as formas de pensar o conhecimento científico e matemático.

Na concepção alargada de matemática, juntos com Bachelard e com Poincaré, entendemos que a lógica, pode ser caracterizada como uma face “diurna” da matemática e a intuição, como uma face “noturna” da matemática.

No campo da Educação Matemática, as respectivas concepções de ciência de Poincaré e de Bachelard, e suas relações com a matemática permitirá na tese uma discussão aprofundada sobre a interdisciplinaridade entre a matemática e as ciências, onde a imaginação é relevante na construção de conhecimento, complementada com a interdisciplinaridade entre a matemática e a arte provinda da concepção estética da matemática. Ainda, criar subsídios para se repensar a incorporação da matemática do século XX no ensino (exemplo: as geometrias não-euclidianas, a topologia) que requer essa nova epistemologia.

Finalmente, a tese visa esclarecer em que medida os estudos filosóficos no campo da Educação Matemática, são “formativos”, para dar uma contribuição a um melhor entendimento e sustentação da expressão “formação de professores”, pois a eles vão direcionados os resultados desta pesquisa.

E qual a motivação para elaborar uma “epistemologia da imaginação e da intuição” em matemática, problema central desta pesquisa?

Segundo Bachelard (1978b, p. 92), “a ciência cria, com efeito, uma filosofia”. Ainda, a “ciência costuma postular uma realidade. [...] Essa realidade, cujo conhecimento não pode ser esgotado, suscita uma pesquisa sem fim. [...] Vamos, pois, adotar como postulado da epistemologia o caráter sempre inacabado do conhecimento” (Idem, 2004, p. 16-17).

Nesse sentido, a matemática cria uma epistemologia. É a ciência na sua dinamicidade que engendra a nova filosofia da ciência. Aplicado ao campo da matemática, será a própria matemática em sua dinamicidade que envolve além da lógica, a imaginação e a intuição, que permitirá o desenvolvimento de uma filosofia da matemática, em particular, de uma epistemologia da imaginação em matemática.

E nos indagamos, e por que não? “É preciso forçar a natureza e ir tão longe quanto o nosso espírito” (Idem, 1978a, p. 21). A filosofia como a matemática não é um campo fechado,

mas aberto e dinâmico e essa nova epistemologia da imaginação deve elaborar-se a partir das transformações que norteiam o universo da imaginação matemática. Essa procura de uma epistemologia, a partir da dinamicidade da própria matemática, como propõe Bachelard para a ciência, torna-se uma metodologia de pesquisa no próprio caminhar desse trabalho. Esse é o desafio.

O universo da imaginação em matemática nos apresenta um mundo aberto, dinâmico, vivo e em constante transformação. O novo se faz presente, motivados pela intuição e a imaginação. Assim, “quando a imaginação tiver precipitado os elementos materialistas não razoáveis, terá mais liberdade para a construção das experiências científicas novas” (Idem, 1994, p. 155).

Olhar para o interior das coisas, da própria matemática, resgatar sua gênese, sua historicidade e dinamicidade, esse é nosso desafio na elaboração de uma ‘epistemologia da imaginação e da intuição’ no campo da matemática. Essa “necessidade de penetrar, de ir ao interior das coisas, ao interior dos seres, é uma sedução da intuição do calor íntimo. Lá onde o olhar não chega, onde a mão não entra, o calor se insinua” (Ibidem, 1994, p. 61). Lá é onde opera a imaginação. Vemos então os conhecimentos científicos e os matemáticos em atividade. “A maneira como se imagina costuma ser mais instrutiva do que aquilo que se imagina” (Ibidem, 1994, p. 44).

O uso lógico da razão, no universo da imaginação, “consiste em encadear entre si as relações de ideias, mediante uma substituição de termos que é puramente analítica” (BRUNSCHVIG, 1945, p. 285-286, *tradução nossa*), porém, nesse universo, antes de ser razão é imaginação. E é “assim por uma porta estreita, a imaginação ‘nos transcende e nos põe face ao mundo’, como diz Armand Petitjean” (BACHELARD, 1994, p. 133-134). Então se compreenderá que Petitjean tenha podido escrever que a imaginação:

escapa às determinações da psicologia – a psicanálise incluída – e constitui um reino autóctone, autógeno. [...] A imaginação é a força mesma da produção psíquica. Psiquicamente, somos criados por nosso devaneio. Criados e limitados por nosso devaneio, pois é o devaneio que desenha os últimos confins de nosso espírito. A imaginação opera no seu extremo, como uma chama, e é na região da metáfora, na região dadaísta em que o sonho, como viu *Tristan Tzara*, é o ensaio de uma experiência, quando o devaneio transforma formas previamente transformadas, que se deve buscar o segredo das energias mutantes (Ibidem, 1994, p. 161).

Ir para o interior das coisas, nos sugere um movimento intenso de pensamento, de imaginação e intuição, que ultrapassa o imediato das sensações superficiais e imediatas. É

uma ação onde os atos humanos são imaginados em intimidade. A imaginação deseja “esquadrinhar a matéria. Todas as grandes forças humanas, mesmo quando se manifestam exteriormente, são imaginadas em sua intimidade. [...] a imaginação nada mais é senão o sujeito transportado às coisas” (Idem, 2003, p. 2).

Fazendo uma analogia para o campo da matemática, podemos dizer que toda teoria, toda “matéria”, “substância”, “produto” em matemática não se isolam em sua significação abstrata, mas possuem sua materialidade que trazem a marca do sujeito em sua completude, ou seja, em uma dialética entre imaginação e razão. A imaginação permite sonhar “além do mundo e aquém das realidades humanas bem definidas” (Ibidem, 2003, p. 3). Nesse aspecto, o homem, é sujeito que estabelece uma dialética entre imaginação e razão, que assim produz conhecimento, não é um “simples ajustador, mas é também modelador, fundidor, ferreiro. [...] Ele vive, pela imaginação, esse sustentáculo” (Ibidem, 2003, p. 1).

O pensamento humano, o sonho humano como a visão humana sempre recebe as imagens superficiais das coisas, apenas as formas superficiais, é necessário ir além da visão, para “ver” o que os olhos não conseguem ver, e isso é permitido pela imaginação, porém uma imaginação amadurecida. A natureza tem sentido de profundidade e para compreendê-la é necessário mergulhar nessa profundidade, tirar as máscaras que encobre o seu interior.

Tão embrutecidos pela razão, posto ou imposto pela comunidade científica, não conseguimos, muito das vezes, ver ou aceitar outro método e formas para a produção de conhecimentos. Porém, percebe-se bem que uma “teoria do conhecimento do real que se desinteressa dos valores oníricos se priva de alguns dos interesses que impelem ao conhecimento” (Ibidem, 2003, p. 10). Mas, adentrando ao interior das coisas, percebemos quão espaçoso é esse espaço interno, quantas coisas a descobrir. Um postulado da imaginação pode nos dar a potências das analogias imaginárias e levar-nos a ‘ver’ o mundo, a realidade na sua crueza, revelando-nos um universo de interioridade, onde a soberana ‘razão’ se sente ameaçada. “Parece que a imaginação é então uma louca esperança de ver sem limites” (ibidem, 2003, p. 14). O sentir é reintegrado ao pensar.

Assim, as “dialéticas da razão que justapõe as contradições para abranger todo o campo do possível e as dialéticas da imaginação que quer apreender todo o real e encontram mais realidade que se oculta do que naquilo que se mostra” (Ibidem, 2003, p. 21). São

submetidos à lei da imaginação uma multiplicidade de fatos, de ideias, de hipóteses. E nessa multiplicidade há agitação, porém organizada como em um formigueiro, uma agitação em atividade.

Não há na ciência e na matemática, um único caos imóvel, as ideias estão em movimento, em agitação, sendo necessário, portanto, a intervenção da intuição para auxiliar a fazer escolhas e decidir qual hipótese convém para estruturar uma teoria. Nessa multiplicidade, promovida pela imaginação, veremos melhor a origem e, portanto, teremos uma síntese, uma unidade, um todo organizado que leva ao conhecimento.

Pela lógica é que provamos, mas é pela imaginação e intuição que encontramos o que buscamos, nos ensina Poincaré; a intuição é a ferramenta que permite o acesso às ideias, às descobertas e guia as escolhas. É na escrita de uma teoria matemática, de uma demonstração, em que é preciso cumprir regras lógicas e formais, que a intuição se reorganiza, porém, ela, na maioria das vezes, não é mencionada nas produções escritas. É a intuição que faz com que passemos de uma ideia a outra, é esta imensidão de associações de ideias que surgem quando fazemos as boas perguntas, que nos permite iniciar, continuar e chegar ao fim de uma demonstração.

A imaginação e a intuição estão presentes na matemática, mais do que em outras ciências. A história da matemática revela criações intelectuais inesperadas quanto efêmeras, ligados a um trabalho permanente de investigação e maturação intelectual. Newton, por exemplo, teve a intuição da força da gravitação universal para pensar a dinâmica dos sólidos e corpos em queda. Srinivasa Ramanujan (1887-1920), matemático autodidata indiano, era conhecido e respeitado por sua intuição numérica prodigiosa. Ele acreditava que suas descobertas matemáticas eram reveladas a ele em sonhos.

O Bachelard “noturno” traz para discussão e reflexão no campo da filosofia da ciência, as capacidades de imaginar e intuir, fazendo-as conhecer novo papel na elaboração de conhecimentos. Por sua vez, a questão da imaginação para Poincaré toma forma na sua filosofia sob a alcunha de exercício da intuição. Nesse sentido, descoberta e criação interpenetram-se, movidos pela imaginação e a intuição.

Além de dinâmicos, os pensamentos de Poincaré e Bachelard são extremamente fecundos e fazem constante apelo à criação no domínio da arte, da poesia e da ciência. O ato criador não se reduz ao ato de imaginar. Começa por uma atitude de profunda admiração das

coisas. Somos todos seres profundos com capacidades imensas para criar, imaginar, poetizar e produzir. A poética é um caminho para a descoberta das forças vivas da natureza e da profundidade dos dramas humanos.

A solidariedade de tensão provocada pelas ideias do Bachelard “noturno” e “diurno” e das ideias de Poincaré que confronta a lógica com a intuição coloca em evidência que o homem é, ao mesmo tempo, razão e imaginação, que o cientista, homem comum, também produz conhecimento a partir de sua imaginação, assim como a produção do poeta que é também carregada de método e de rigor no mundo surracional. Assim, ambos produzem por um processo que envolve, além da racionalidade – ligada à objetividade, a sensibilidade – ligada a subjetividade.

Considerações

O interesse nesta pesquisa é discutir e defender o papel da intuição na elaboração e no acesso aos fundamentos matemáticos e mostrar que sua intervenção pode, de fato, constituir-se como um “elemento metodicamente justificável” (HEINZMANN, 2013, p. 12, *tradução nossa*) no caminho para o conhecimento matemático.

O propósito é apontar, de uma maneira racional, o papel da intuição na elaboração, interpretação e compreensão dos conhecimentos matemáticos e de sua dinâmica. Isso não significa dizer que esse uso da intuição seja sempre necessário para essa compreensão, mas que em certos casos é fundamental. Portanto, a intuição não deve ser eliminada desse processo, ela complementa a lógica, mas é necessário educá-la, por meio de um trabalho intenso, consciente e intelectual de formação.

O desafio então é saber sob quais condições o acesso intuitivo ao conhecimento pode ser considerado como racional, isto é, tem uma racionalidade. Quando se fala em intuição, não se está referindo ao comportamento, a articulação e percepção do mundo, de forma imediata baseada no senso comum, mas sim à capacidade de identificar o que é inteligível, isto é, racionalmente acessível e que permita ascender ao conhecimento, especialmente o matemático. Esse que tem sua primazia na racionalidade.

A imaginação e a intuição estão mais do lado do irracional, porém, apesar disso, essas capacidades têm, também, uma certa racionalidade. De todos os graus de racionalidades, o

mais perfeito é o que corresponde à lógica pura, os outros graus de racionalidades se afastam um pouco da lógica como a concebemos. O que se defende neste trabalho é a racionalidade por traz da imaginação e da intuição na construção do conhecimento matemático, o que pode ser fundamentado por meio da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição”, epistemologia que pode ser construída a partir das ideias de Poincaré e, principalmente de Bachelard, procurando o traço de sua epistemologia “diurna” no seu pensamento “noturno”.

Por fim, espera-se que essa pesquisa traga para os professores de matemática, e àqueles em formação, esclarecimentos, reflexões, argumentações e ideias que possam contribuir na elaboração de metodologias inovadoras para seu ensino da matemática em que a imaginação, a intuição e a criatividade estejam presentes, pois, além da formação matemática promovida, é necessário desenvolver uma cultura matemática, que reflita o verdadeiro pensamento matemático e científico contemporâneo.

Referências

- BACHELARD, G. A filosofia do não. In: PESSANHA, J. A. M. **Os pensadores**. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1978a.
- _____. O novo espírito científico. In: PESSANHA, J. A. M. **Os pensadores**. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1978b.
- _____. **A psicanálise do fogo**. Trad. Paulo Neves. São Paulo: Martins Fontes, 1994.
- _____. **A terra e os devaneios do repouso**: Ensaio sobre as imagens da intimidade. Trad. Paulo Neves. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.
- _____. **Ensaio sobre o conhecimento aproximado**. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2004.
- _____. **A terra e os devaneios da vontade**: Ensaio sobre a imaginação das forças. Trad. Maria Ermantina de A. P. Galvão. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013.
- _____. **A água e os sonhos**: ensaio sobre a imaginação da matéria. Trad. Antônio de Pádua Danesi. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013a.
- BRUNSCHVICG, L. **Las etapas de la filosofía matemática**. Buenos Aires: Lautaro, 1945.
- CIFUENTES, J. C. Do conhecimento matemático à educação matemática: Uma “odisséia espiritual”. In: CLARETO, S. M.; DETONI, A. R.; PAULO, R. M. (org). **Filosofia, matemática e educação matemática**: compreensões dialogadas. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2010.

GUSMAO, L. **Educação matemática pela arte:** uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática. 2013. 153f. Dissertação de mestrado em educação em ciências e em matemática. Linha de Pesquisa: Educação Matemática e Interdisciplinaridade. Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR.

HEINZMANN, G. **L'intuition épistémique.** Une approche pragmatique du contexte de justification en mathématiques et en philosophie. Paris: Vrin, collection Mathesis, 2013.