Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações

Ewellen Tenorio de Lima[1]

GD12 – Ensino de Probabilidade e Estatística

Apresenta-se um recorte de um estudo piloto, em andamento, de uma pesquisa de dissertação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC - da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Participarão desse estudo estudantes dos Módulos II ao V da Educação de Jovens e Adultos (EJA), de uma escola pública de Recife-PE. No presente artigo são analisados os dados de quatro estudantes (um de cada módulo), que resolveram, em entrevista clínica, um teste no qual foram explorados quatro tipos de situações combinatórias (PESSOA; BORBA. 2009) e quatro exigências cognitivas para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico (BRYANT; NUNES. 2012). Tendo como referencial a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1986), visou-se explorar a influência da escolarização formal no desempenho desses estudantes ao resolverem os problemas propostos e as relações entre os dois raciocínios investigados, buscando identificar que contribuições a resolução de problemas combinatórios pode trazer para o raciocínio probabilístico e vice-versa. A escolarização formal demonstrou influenciar estratégias utilizadas nos problemas combinatórios: estudantes dos Módulos IV e V apresentaram maior sistematização em suas listagens. As dificuldades apresentadas nos problemas de probabilidade foram semelhantes em todos os módulos: foi considerado apenas o número de casos favoráveis na comparação de probabilidades diferentes. Percebem-se contribuições entre os raciocínios investigados: a exploração do espaço amostral permitiu levantar novas possibilidades nos problemas combinatórios, enquanto o sucesso nos problemas combinatórios pareceu facilitar a compreensão de aleatoriedade e correlações. Acredita-se que a articulação dos raciocínios combinatório e probabilístico pode beneficiar o desenvolvimento dos mesmos em estudantes da EJA.

Palavras-chave: Educação de Jovens e Adultos; Matemática; Raciocínio Combinatório; Raciocínio Probabilístico.

Introdução

A Lei de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional, de nº 9394 (BRASIL, 1996), destaca a necessidade da oferta de Educação Básica a jovens e adultos, ressaltando a importância de que essa educação se adeque às necessidades e à disponibilidade do público ao qual se direciona. São as especificidades do público alvo da EJA que fazem com que se torne indispensável que a educação ofertada aos mesmos seja pensada de maneira diferente da Educação Básica regular.

Segundo Fonseca (2007), ao caracterizarmos o público da Educação de Jovens e Adultos nos deparamos com o fato de que “ainda que a designação ‘Educação de Jovens e Adultos’ nos remeta a uma caracterização da modalidade pela *idade* dos alunos a que

[1]Universidade Federal de Pernambuco, e-mail: ewellentlima@gmail.com; Orientadora: Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba.

atende, o grande traço definidor da EJA é a *caracterização sociocultural de seu público*" (p. 15, grifos meus). A caraterização sociocultural citada diz respeito, principalmente, à falta de acesso à escolarização na idade regular ou a um histórico de fracasso escolar quando de um contato anterior com a instituição escolar. Percebe-se atualmente a presença de estudantes cada vez mais jovens nas salas de aula da EJA. Tal modalidade de ensino parece ser composta por dois subgrupos distintos: um grupo de adultos (que nunca frequentou a escola ou esteve afastado dela por um longo período) e um grupo de jovens (que busca a EJA por motivos diversos, tendo se afastado da escola por pouco ou nenhum período de tempo).

O jovem e o adulto possuem uma ampla bagagem de experiências e conhecimentos sobre o mundo, sobre si mesmo e sobre as outras pessoas. Dessa maneira, ao chegar à escola e inserirem-se em situações de aprendizagem trazem consigo diferentes habilidades e dificuldades. Mesmo que, atualmente, sejam muito ricas as relações da criança com o mundo das informações, é válido destacar que os jovens e adultos se inserem nesse contexto de maneira sensivelmente diferenciada, visto que a idade cronológica "tende a propiciar oportunidades de vivências e relações, pelas quais crianças e adolescentes, em geral, ainda não passaram" (FONSECA, 2007. p. 22). Todavia, tradicionalmente, na educação "tratamos nossos alunos como se nada soubessem sobre tópicos ainda não ensinados" (CARRAHER; CARRAHER & SCHLIEMANN, 1995. p.21) e, muitas vezes, essa grande quantidade de conhecimentos adquiridos em experiências cotidianas não é aproveitada no ambiente escolar.

Dado o posto, a presente pesquisa visa investigar como estudantes da EJA, cursando diferentes módulos dessa modalidade de ensino, resolvem e relacionam problemas de Combinatória e de Probabilidade, ramos da Matemática cujos conceitos estão inseridos no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

Aporte Teórico

A Teoria dos Campos Conceituais

De acordo com Vergnaud (1986), para que haja a apropriação de determinado conceito é necessário que lhe sejam atribuídos significados por meio da exploração de situações diversas, resolvendo-se problemas de naturezas distintas. Assim, torna-se importante analisar, investigar e classificar, exaustivamente, as situações-problema que dão significados aos conceitos para que estas situações sejam exploradas, visto que "as concepções dos alunos são formadas pelas situações que eles tenham encontrado" (p. 2) e, assim, o ensino restrito à exploração de um único tipo de situação acarretará em uma compreensão limitada do conceito.

Sob o olhar da Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1986) afirma que: "um conceito pode, com efeito, ser definido como um tripé de três conjuntos" (p. 9). Sendo esses os conjuntos das *situações* (que dão sentido ao conceito - S), dos *invariantes* (propriedades e relações constantes nas diversas situações – I) e das *representações simbólicas* (utilizadas para representar os conceitos - R). Um campo conceitual é definido pelo autor como "um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão" (p. 10). Tais campos não são independentes, interagem entre si. É necessário trabalhar com uma classe diversa de problemas para conhecer as propriedades dos conceitos, além de revisitar e aprofundar esses conceitos, visto que o processo de construção dos conhecimentos acerca de determinado campo conceitual ocorre ao longo de um grande período de tempo, através da experiência, da maturidade e da aprendizagem.

O presente estudo se insere em uma discussão dentro do campo conceitual das *estruturas multiplicativas*, campo conceitual definido por Vergnaud (1996) como o "conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações" (p.167). Em especial, serão trabalhados conceitos desse campo relacionados à Combinatória e à Probabilidade, por meio da exploração das *situações* combinatórias classificadas por Pessoa e Borba (2009) e das exigências cognitivas, relacionadas ao pensamento probabilístico, apresentadas por Bryant e Nunes (2012). Serão investigadas a compreensão dos *invariantes* relacionados a essas situações e as *representações simbólicas* utilizadas pelos estudantes para resolução dos problemas propostos.

Combinatória

Merayo (2001) afirma que a Análise Combinatória é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los. Morgado, Pitombeira de Carvalho, Pinto de Carvalho & Fernandez (1991) afirmam que "a solução de um problema combinatório exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema" (p. 2). Dessa maneira, é importante pensar as representações utilizadas e as situações propostas para que o aluno possa atribuir sentidos aos conceitos relacionados à Combinatória.

Pessoa e Borba (2009) propõem uma classificação das situações que atribuem sentido à Combinatória, apresentando quatro tipos de problemas combinatórios: *produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação.* Esses problemas diferenciam-se entre si pela natureza dos seus invariantes de *ordem* e de *escolha*.

No desenvolvimento desta pesquisa será investigado como os estudantes da EJA (1º e 2º segmentos do EF) resolvem os diferentes tipos de situações combinatórias citadas, além de como a resolução desses problemas contribui para o pensamento probabilístico, que será explorado segundo as exigências cognitivas discutidas por Bryant e Nunes (2012).

Probabilidade

Morgado, Pitombeira de Carvalho, Pinto de Carvalho & Fernandez (1991) definem a Probabilidade como “o ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios” (pg. 119).

O primeiro passo para a resolução de um problema de probabilidade consiste em “explicitar qual é o conjunto de possíveis resultados do experimento e calcular o número de elementos contidos nele” (MORGADO et al., 1991. p. 120). A determinação do espaço amostral, ou seja, do conjunto das diferentes possibilidades de eventos, está, portanto, intimamente ligado ao raciocínio combinatório, discutido na sessão anterior.

Segundo Bryant e Nunes (2012) a probabilidade é um conceito complexo que demanda o desenvolvimento de quatro exigências cognitivas para sua compreensão: compreender a noção de aleatoriedade, formar e categorizar espaços amostrais, comparar e quantificar probabilidades e entender correlações (relações entre eventos).

É com base nessas exigências cognitivas ligadas ao desenvolvimento do pensamento probabilístico que se buscará investigar os conhecimentos dos alunos participantes da pesquisa, relacionando esse pensamento também ao raciocínio combinatório explorado por meio da resolução de problemas.

Objetivos

Geral

Averiguar os conhecimentos de estudantes dos Módulos II, III, IV e V da EJA sobre Combinatória e Probabilidade em um contexto de resolução de problemas, observando as relações que se estabelecem entre ambos os raciocínios e as contribuições que a exploração de situações combinatórias traz para o pensamento probabilístico e vice-versa.

Específicos

- Examinar a influência da escolarização formal no desempenho de estudantes da EJA na resolução de problemas combinatórios e probabilísticos;
- Analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos diferentes tipos de problemas de Combinatória e de Probabilidade;
- Investigar as contribuições que as relações estabelecidas entre os raciocínios combinatório e probabilístico trazem para o desempenho dos estudantes na resolução dos problemas propostos.

Método

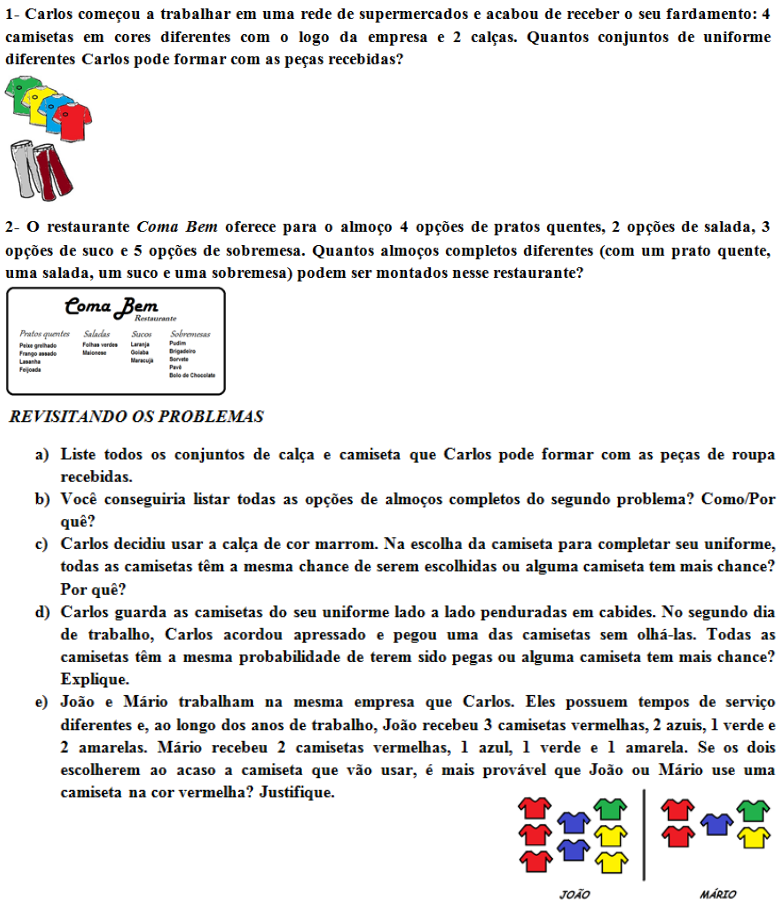
A pesquisa relatada nesse texto diz respeito a um recorte de um estudo piloto da dissertação em andamento. O presente trabalho abrange um público de quatro participantes: estudantes da EJA dos Módulos II, III, IV e V (um de cada Módulo) de uma escola pública localizada na Zona Norte da cidade do Recife-PE.

Os dados foram coletados por meio da aplicação de um teste versando sobre situações-problema de Combinatória e Probabilidade, aplicado em um contexto de entrevista clínico-piagetiana, realizada individualmente. A escolha da entrevista clínica se deu pelo fato de tal método possibilitar "compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra sugestões" (CARRAHER, 1998. p. 6).

O teste que compõe o instrumento de coleta consiste em duas situações-problema de cada tipo de problema combinatório, segundo classificação de Pessoa e Borba (2009): *produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação.* Os problemas combinatórios propostos no teste podem ser divididos em dois tipos*:* problemas com número de etapas de escolha reduzidos e resultado com ordem de grandeza pequena e problemas com mais etapas de escolha e resultados com ordem de grandeza elevada. A diferenciação entre esses dois tipos de problemas se justifica pelo objetivo de investigar as estratégias utilizadas pelos participantes da pesquisa e pelo fato de que problemas do Tipo 1 são facilmente resolvidos por meio da utilização de estratégias informais, como a listagem, enquanto que para solucionar problemas do Tipo 2 se faz necessária maior sistematização e formalização de estratégias.

No teste, os problemas combinatórios são revisitados sob o olhar da probabilidade, tomando-se como base as quatro exigências cognitivas elencadas por Bryant e Nunes (2012): *espaço amostral, correlação, aleatoriedade e comparação de probabilidades.* É através dessa revisitação, que permite um aprofundamento na discussão de cada problema, que se visa investigar as contribuições que a compreensão de uma situação combinatória traz para o pensamento probabilístico e vice-versa, ou seja, que contribuições um olhar probabilístico pode trazer para a resolução de um problema combinatório. A Figura 1 apresenta as questões de *produto cartesiano* e suas respectivas revisitações sob o olhar da probabilidade.

Figura 1: Problemas propostos (produto cartesiano Tipos 1 e 2)



1- Carlos começou a trabalhar em uma rede de supermercados e acabou de receber o seu fardamento: 4 camisetas em cores diferentes com o logo da empresa e 2 calças. Quantos conjuntos de uniforme diferentes Carlos pode formar com as peças recebidas?

2- O restaurante *Coma Bem* oferece para o almoço 4 opções de pratos quentes, 2 opções de salada, 3 opções de suco e 5 opções de sobremesa. Quantos almoços completos diferentes (com um prato quente, uma salada, um suco e uma sobremesa) podem ser montados nesse restaurante?

REVISITANDO OS PROBLEMAS

a) Liste todos os conjuntos de calça e camiseta que Carlos pode formar com as peças de roupa recebidas.

b) Você conseguiria listar todas as opções de almoços completos do segundo problema? Como/Por quê?

c) Carlos decidiu usar a calça de cor marrom. Na escolha da camiseta para completar seu uniforme, todas as camisetas têm a mesma chance de serem escolhidas ou alguma camiseta tem mais chance? Por quê?

d) Carlos guarda as camisetas do seu uniforme lado a lado penduradas em cabides. No segundo dia de trabalho, Carlos acordou apressado e pegou uma das camisetas sem olhá-las. Todas as camisetas têm a mesma probabilidade de terem sido pegas ou alguma camiseta tem mais chance? Explique.

e) João e Mário trabalham na mesma empresa que Carlos. Eles possuem tempos de serviço diferentes e, ao longo dos anos de trabalho, João recebeu 3 camisetas vermelhas, 2 azuis, 1 verde e 2 amarelas. Mário recebeu 2 camisetas vermelhas, 1 azul, 1 verde e 1 amarela. Se os dois escolherem ao acaso a camiseta que vão usar, é mais provável que João ou Mário use uma camiseta na cor vermelha? Justifique.

Fonte – Dados da pesquisa

Apresentação e discussão dos resultados

Serão discutidos a seguir os dados coletados, no estudo piloto, junto a quatro estudantes, um de cada um dos Módulos da EJA, foco desse trabalho. Os dados dizem respeito à resolução de oito situações-problema de Combinatória divididas em quatro blocos, segundo classificações de Pessoa e Borba (2009), e 20 revisitações (cinco para cada bloco de problemas combinatórios), sob o olhar da Probabilidade segundo as exigências cognitivas indicadas por Bryant e Nunes (2012).

Resolvendo situações-problema: Combinatória

Na Tabela 1 pode-se conferir o desempenho dos alunos na resolução dos diferentes problemas combinatórios: *produto cartesiano*, *arranjo*, *permutação* e *combinação*. Está-se considerando acerto como o esgotamento das possibilidades de eventos relacionados às situações discutidas nos problemas propostos. A resposta considerada foi a final, levando-se em conta inclusive as conclusões dos alunos após as revisitações dos problemas por meio do trabalho com a Probabilidade.

Tabela 1:Número de acertos por participante nos problemas de Combinatória

MÓDULO	PC1	PC2	A1	A2	P1	P2	C1	C2	Acertos Totais (%)
II	1	0	1	0	0	0	0	0	25
III	1	0	0	0	1	0	0	0	25
IV	1	0	1	0	1	0	0	0	37,5
V	1	0	0	0	1	0	1	0	37,5

PC1 – Produto Cartesiano 1 (menor número de possibilidades); PC2 – Produto Cartesiano 2 (maior número de possibilidades); A1 – Arranjo 1 (menor número de possibilidades); A2 – Arranjo 2 (maior número de possibilidades); P1 – Permutação 1 (menor número de possibilidades); P2 – Permutação 2 (maior número de possibilidades); C1 – Combinação 1 (menor número de possibilidades); C2 – Combinação 2 (maior número de possibilidades)
Fonte – Dados da pesquisa

É inegável que os estudantes da EJA possuem conhecimentos prévios que os permitem pensar sobre problemas combinatórios, entretanto, o esgotamento de todas as possibilidades em uma dada situação se apresenta como grande dificuldade. Como Borba (2016) aponta, nas atividades escolares é necessário que haja sistematização para se chegar ao número total de possibilidades, pois “não se deseja que se liste apenas alguns casos, mas todos os casos possíveis, [...] não se está falando em preferências pessoais, mas se deseja pensar em todos os casos possíveis de serem combinados” (p. 2).

Assim, o baixo percentual de acertos totais era esperado, principalmente ao se considerar que os problemas de Tipo 2 não poderiam ser resolvidos por estratégias informais, como a listagem, visto que possuem como resultado mais de 100 possibilidades. No que diz respeito aos problemas de Tipo 1 (com resultados menores ou iguais a 12), os estudantes apresentaram bom desempenho. Mesmo quando do não esgotamento das possibilidades (consequência da não sistematização na listagem/enumeração dos casos), os estudantes conseguiram explicitar muitas possibilidades, considerando invariantes de *ordem* e de *escolha* dos diferentes problemas propostos. A Tabela 2 permite comparar o número total de casos possíveis e o número final considerado por cada participante, após a discussão e revisitação de cada situação-problema do Tipo 1.

Tabela 2: Total de possibilidades vs. Possibilidades indicadas por Módulo – Problemas Tipo 1 (menor número de possibilidades)

PROBLEMA	Nº TOTAL	MÓD. II	MÓD. III	MÓD. IV	MÓD. V
PC1	8	8	8	8	8
A1	12	12	6	12	5
P1	6	5	6	6	6
C1	10	8	5	6	10

PC1 – Produto Cartesiano 1; A1 – Arranjo 1; P1 – Permutação 1; C1 – Combinação 1
Fonte – Dados da pesquisa

Os dados até aqui coletados corroboram com resultados de pesquisas anteriores, como a de Lima (2010), quanto ao desempenho de estudantes da EJA na resolução de problemas combinatórios. Os estudantes obtiveram sucesso no esgotamento de possibilidades no problema de *produto cartesiano* e tiveram mais dificuldades para esgotar as possibilidades no problema de *combinação*. A principal dificuldade foi compreender o invariante da *ordem* na situação de *combinação*, visto que os estudantes indicaram conjuntos com elementos iguais em ordens diferentes como possibilidades distintas.

A seguir serão relatadas as contribuições que a revisitação das situações combinatórias, sob um olhar probabilístico, trouxe para a descoberta de novas possibilidades, fazendo com que as respostas dos estudantes se aproximassem do número total.

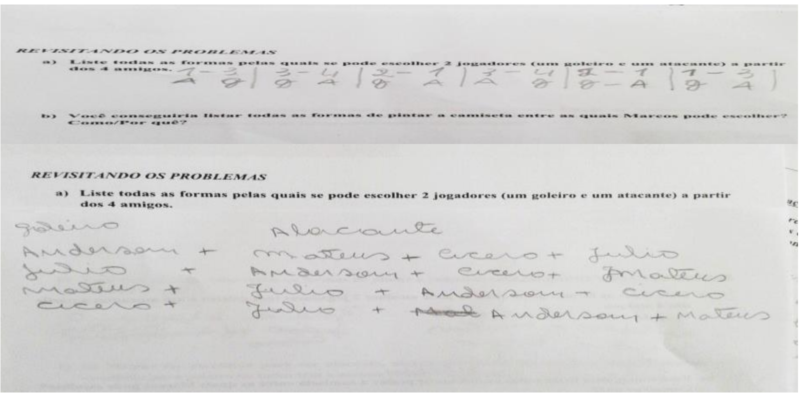
Um olhar probabilístico

As quatro exigências cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012) (compreensão de aleatoriedade, formação e categorização de espaços amostrais, comparação/quantificação de probabilidades e entendimento de correlações) foram exploradas por meio da revisitação de cada bloco de situações combinatórias. O objetivo foi investigar o atendimento a tais exigências para a compreensão da Probabilidade, ao mesmo tempo em que as situações combinatórias eram aprofundadas, permitindo, assim, investigar as contribuições de um olhar probabilístico para um melhor desempenho na resolução de problemas combinatórios.

Em primeiro lugar, foi explorada a construção de espaços amostrais das situações combinatórias trabalhadas anteriormente (ambos os tipos). A solicitação da listagem de todas as possibilidades permitiu que aqueles alunos que não a utilizaram espontaneamente como estratégia de resolução dos problemas combinatórios pudessem realizar o exercício de indicar todas as possibilidades que foram levantadas e aqueles que já haviam realizado algum tipo de listagem tiveram a chance de revisitá-la para buscar todos os casos possíveis. Permitiu, ainda, investigar mais a fundo a compreensão dos invariantes de *ordem* e de *escolha* de cada tipo de problema explorado. Vale ressaltar que o trabalho com a listagem do espaço amostral permitiu concluir também que os estudantes não foram capazes de distinguir a natureza dos problemas combinatórios do Tipo 2, visto que afirmaram ser possível listar todas as possibilidades (mesmo sendo de um número muito elevado), indicando algumas delas.

Foi possível perceber, ainda, uma evolução na estratégia de listagem utilizada pelos participantes dos diferentes módulos da EJA com os quais se está trabalhando. A principal característica que diferenciou construções de estudantes de diferentes módulos diz respeito à sistematização. Seguir um critério para listar cada possibilidade facilitou o esgotamento das possibilidades, como pode ser observado na Figura 2.

Figura 2: Construção de espaço amostral - problema de Arranjo 1 (Participantes Módulos III e IV)

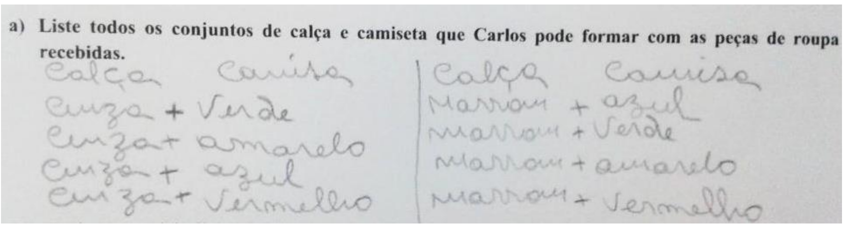


Fonte – Dados da pesquisa

Na imagem acima pode-se perceber que tanto o estudante do Módulo III quanto o do Módulo IV demostram compreensão do invariante da ordem no problema de arranjo. Ambos consideram que existem possibilidades distintas nas quais um mesmo par de amigos ocupa posições inversas para preencher as vagas de atacante e goleiro. O participante do Módulo III, entretanto, não chega a considerar todos os pares de amigos, assim chega a listar seis possibilidades. Uma maior sistematização poderia ter feito com que o participante considerasse outros pares possíveis, além de prevenir a repetição (que chega a ocorrer com o par 1, 2 – números que se referem aos amigos citados no problema de *arranjo*). Por sua vez, o participante do Módulo IV conseguiu esgotar as 12 possibilidades do espaço amostral, utilizando a estratégia de considerar as possibilidades nas quais cada um dos amigos assume a posição de goleiro tendo, assim, três outros rapazes para ocupar as posições de atacante.

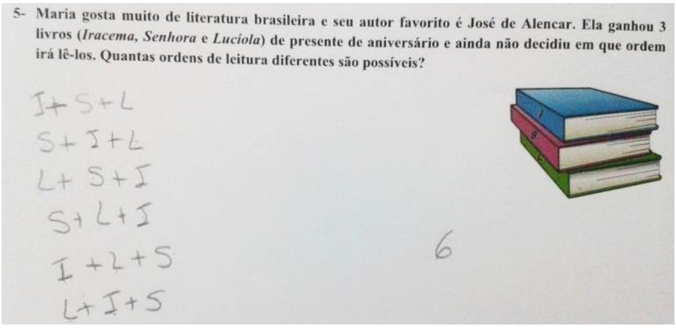
Um dado interessante no que se refere à listagem (tanto na situação de determinação de espaço amostral quanto quando foi usada espontaneamente) está ligado à sugestão nos enunciados dos problemas da identificação de elementos/pessoas por meio de uma única letra ou número. Em problemas cujos enunciados não apresentavam tal sugestão os estudantes tenderam a realizar a listagem por meio da escrita extensiva (Figura 3). Por outro lado, em problemas com enunciados que sugeriam a identificação simplificada, a listagem foi frequentemente realizada de maneira abreviada (Figura 4).

Figura 3: Construção de espaço amostral - Produto Cartesiano 1 (Participante Módulo IV)



Fonte – Dados da pesquisa

Figura 4: Construção de espaço amostral - Permutação 1 (Participante Módulo IV)



Fonte – Dados da pesquisa

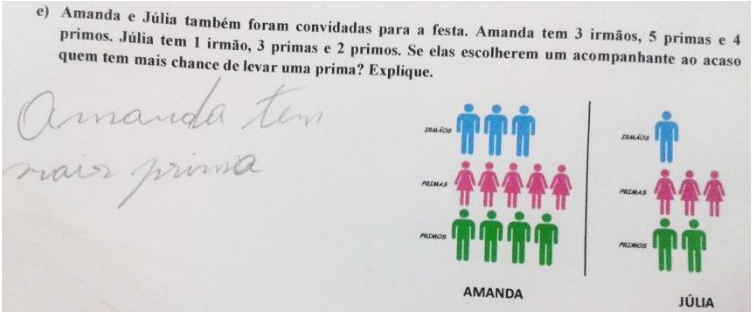
As demais exigências cognitivas foram abordadas em situações para identificação de aleatoriedade, eventos equiprováveis, comparação de probabilidades diferentes e compreensão de independência de eventos (inexistência de correlação).

Os estudantes não apresentaram dificuldades em identificar a não existência de correlação entre eventos independentes. Acredita-se que o fato de estes estudantes terem se aproximado do esgotamento de possibilidades dos problemas combinatórios do Tipo 1 facilitou a compreensão de que a ocorrência dos eventos vai além de preferências pessoais, de ‘combinar’ ou não.

A característica de aleatoriedade também se mostrou de fácil compreensão para os participantes da pesquisa, que ao serem questionados acerca de situações de escolhas ao acaso ou que sugeriam a realização de sorteios afirmaram não ser possível prever o resultado. Por exemplo, o estudante do Módulo II, ao lidar com a situação de comparação de probabilidades iguais relacionada ao problema de *arranjo* do Tipo 1, afirmou que *"vai contar pela sorte. Cada um tem uma bola na urna, todos têm a mesma chance"*.

A maior dificuldade enfrentada pelos estudantes participantes na pesquisa pautou-se na comparação de probabilidades diferentes. Na maioria das vezes a proporção entre 'casos favoráveis' e 'casos possíveis' não foi levada em consideração. Assim, os estudantes, de todos os módulos, tenderam a se basear apenas no número absoluto de elementos, como pode ser visualizado na Figura 4.

Figura 4: Comparação de probabilidades diferentes (Participante Módulo II)



Fonte – Dados da pesquisa

Algumas considerações

Foram apresentadas no presente texto algumas análises referentes aos dados do estudo piloto até então coletados. Em função do número reduzido de sujeitos, análises estatísticas previstas para uso no estudo final não foram realizadas nesse primeiro momento. Entretanto, já é possível perceber contribuições que a resolução de problemas de Combinatória e de Probabilidade traz para o desenvolvimento de ambos os raciocínios.

Os estudantes apresentaram melhor desempenho nos problemas combinatórios de *produto cartesiano* e tiveram menor percentual de acertos os problemas de *combinação*. Quanto às exigências cognitivas relacionadas à Probabilidade, os participantes apresentaram facilidade na compreensão de aleatoriedade e correlações, entretanto, basearam-se, frequentemente, apenas no número de casos favoráveis ao comparar probabilidades diferentes. A escolarização formal demonstrou influenciar as estratégias utilizadas nos problemas combinatórios: os estudantes dos Módulos IV e V apresentaram maior sistematização nas listagens, obtendo sucesso em esgotar possibilidades respeitando invariantes de ordem e escolha. Entretanto, as dificuldades apresentadas nos problemas de probabilidade foram semelhantes em todos os módulos: apenas o estudante do Módulo IV chegou a considerar, em poucas ocasiões, a proporção para comparar probabilidades diferentes. Foi possível observar contribuições entre os raciocínios combinatório e probabilístico. Em especial, a exploração do espaço amostral proporcionou a descoberta de novas possibilidades nos problemas combinatórios, enquanto o sucesso nos problemas combinatórios pareceu facilitar a compreensão de situações de aleatoriedade e correlações.

Desse modo, acredita-se, a partir dos resultados obtidos, que a articulação dos raciocínios combinatório e probabilístico pode beneficiar o desenvolvimento dessas formas de pensamento em estudantes da Educação de Jovens e Adultos.

Referências

BORBA, R. Combinando na vida e na escola: limites e possibilidades. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática.** São Paulo, 2016.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei n. 9394/96. Brasília, DF: MEC, 1996.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation. 2012, 86p. Disponível em: http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf. Acessado em 26.05.2016.

CARRAHER, T; CARRAHER, D. & SCHLIEMANN, A.. **Na vida dez, na escola zero.** 10 ed. – São Paulo: Cortez, 1995.

CARRAHER, T. N. **O método clínico usando os exames de Piaget**. 5. ed. – São Paulo: Cortez, 1998.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos.** 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

LIMA, R. C. **O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos:** do início da escolarização até o ensino médio**.** 2010. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MERAYO, F. **Matemática Discreta.** Madri: Editora Thomson Paraninfo S.A., 2001.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J.; PINTO DE CARVALHO, P. & FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké** - Cempem- FE - Unicamp - v. 17, n. 31 - jan/jun - 2009.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUM, Jean (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, 1, 1986, p.75-90.