

## Uma Sequência Didática para o ensino de Semelhança de Figuras Planas

Marcos Fabrício Ferreira Pereira<sup>1</sup>

### GD2 – Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

Resumo do trabalho. Este trabalho apresenta os resultados parciais de estudo que tem como objetivo desenvolver uma sequência didática que contribua para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de semelhança de figuras planas propondo novas ações didáticas para alunos do ensino fundamental. A metodologia adotada na pesquisa é a Engenharia Didática por meio das seguintes etapas: análises prévias, concepção e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação. As análises prévias já realizadas indicam que o assunto é considerado difícil de aprender por parte dos alunos e difícil de ensinar por parte dos docentes. A concepção a análise *a priori* geraram um conjunto de atividades baseadas na técnica da redescoberta. A experimentação será realizada em uma turma do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede estadual de ensino localizada na cidade de Vigia, interior do estado do Pará. A análise *a posteriori* será feita, por meio da comparação entre os desempenhos dos pré e pós-testes. Pretende-se que com a aplicação das atividades os alunos mostrem uma melhor compreensão das propriedades e dos conceitos referentes ao tema e adquiram habilidades na resolução de questões.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; Sequência Didática; Semelhança de Figuras Planas.

### Introdução

A experiência profissional adquirida ao longo de vários anos frente ao ensino de Matemática na educação básica permite observar nos alunos muitas dificuldades no que se refere à aplicação de conceitos geométricos como ferramenta na resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental. Essa dificuldade pode ser notada quando analisamos os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de matemática (em 2005: 3,0; em 2007: 2,5; em 2009 e 2011: não informado e 2013: 2,7) e no Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE) 2014 (63,7% dos alunos do 8º ano e 54,1% dos alunos do 9º ano estão com nível de proficiência abaixo do básico) de uma escola pública do interior do estado do Pará, dada a alta frequência de questões envolvendo tópicos de geometria nesses exames.

Sobre o ensino de geometria na educação básica Davis e Hersh (1985) apontam a geometria como o ramo mais adequado da matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de capacidades intelectuais dos alunos, dentre elas podemos citar a percepção espacial e a criatividade, sendo a geometria um campo ideal para o

---

<sup>1</sup> Universidade do Estado do Pará, e-mail: marcosfabriciofp@gmail.com, orientador: Dr. Miguel Chaquiam.

desenvolvimento desse tipo de raciocínio. Lorenzato (1995) salienta a importância do ensino de geometria pela grande possibilidade contextualização e interdisciplinaridade ou mesmo pela aplicação em outros tópicos da matemática.

Essa importância também pode ser observada em Brasil (1997) quando afirma que os alunos costumam se interessar naturalmente pelos conteúdos geométricos, pois tais conhecimentos estimulam a observação, percepção e identificação de semelhanças, diferenças e regularidades de formas e medidas, sendo a geometria um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e sendo trabalhado a partir da exploração dos objetos do mundo físico, como por exemplo, obras de arte, pinturas e desenhos, esculturas e artesanato, permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) preconizam esse tipo de abordagem, para o ensino de geometria, pois sendo a geometria um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

No entanto, estudos mostram que nos últimos anos o ensino de geometria vem passando por algumas dificuldades como um ensino predominantemente tradicional onde o livro didático ainda figura como a principal - ou única - ferramenta metodológica utilizada por professores em sala de aula apontando para a necessidade do desenvolvimento de novas propostas metodológicas que possam proporcionar ambientes mais favoráveis para a aprendizagem de geometria.

A importância do ensino de semelhança de figuras planas pode ser notada tanto nos estudos supracitados quanto, quanto em documentos oficiais, que recomendam sua inserção deste conceito nos currículos escolares de matemática dos diferentes níveis do ensino, mas qual opinião de alunos em relação à aprendizagem deste tema? Qual a opinião de professores da educação básica em relação ao ensino de semelhança de figuras planas? O que dizem os estudos recentes a respeito das dificuldades no ensino de geometria, e quais são as novas abordagens metodológicas propostas por estes estudos? Quais efeitos o

desenvolvimento de uma sequência didática pode provocar em alunos do 9º ano do ensino fundamental, em relação à participação nas aulas de matemática e ao desempenho na resolução de questões envolvendo semelhança de figuras planas? E é a partir da proposição do objetivo a seguir que tentaremos obter as respostas para esses questionamentos ao longo da pesquisa.

Mediante o exposto, empreendemos um estudo com o objetivo é desenvolver uma sequência didática que contribua para a melhora do processo de ensino e aprendizagem de semelhança de figuras planas propondo novas ações didáticas para alunos do 9º ano do ensino fundamental.

A fim de alcançar o objetivo proposto, elaboramos uma sequência didática norteada pelas seguintes hipóteses:

1. O ensino de área de semelhança de figuras planas por meio de atividades de redescoberta permite que o aluno ao manipular figuras semelhantes descubra regularidades, propriedades e proporções entre tais figuras, sem que o docente as tenha que apresentar.
2. O trabalho pedagógico com alunos no 9º ano do ensino fundamental por meio de atividades de redescoberta gera um desempenho acima da média na resolução de questões envolvendo semelhança de figuras planas.

Como forma de comprovar essas hipóteses adotou-se como metodologia da pesquisa a Engenharia Didática, cuja noção emergiu na Didática Francesa no início dos anos 80. Segundo Artigue (1996), é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência.

Para Pais (2002), a Engenharia Didática, acontece em um ambiente próprio que na maioria das vezes é a sala de aula, mas que as aulas não são do tipo tradicional, que os alunos estão acostumados a ver, mas sim, é colocado em prática uma nova forma de se ensinar certos conteúdos de matemática, sendo estas chamadas de sessões de ensino onde o pesquisador observa, aplica e analisa uma sequência de ensino, para depois validá-la.

A Engenharia Didática pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado conceito e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito. Esse tipo de pesquisa difere daquelas que são

transversais aos conteúdos, mesmo que seu suporte seja o ensino de certo objeto matemático (um saber ou um saber-fazer).

Segundo Artigue (1996) o processo experimental característico da Engenharia Didática é dividido em sessões, seguindo este princípio, este estudo está dividido em quatro sessões obedecendo às fases da Engenharia Didática que são:

**Seção I:** As análises prévias;

**Seção II:** Concepção e análise *a priori*;

**Seção III:** Experimentação;

**Seção IV:** Análise *a posteriori* e validação.

A seguir veremos o detalhamento destas fases que compõe a Engenharia didática e a forma como esta vem organizada no decorrer do trabalho.

**Análises Prévias** é a fase na qual se realizam as análises preliminares, que pode comportar as seguintes vertentes:

- Epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
- Do ensino usual e seus efeitos;
- Das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução;
- Das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva;
- A consideração dos objetivos específicos da pesquisa;
- O estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual o trabalho está inserido.

Segundo Artigue (1996), cada uma dessas fases é retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, em função das necessidades emergentes. Isso significa que a expressão “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las, visto que a temporalidade identificada pelo termo “preliminar” ou “prévia” é relativa, pois se refere apenas a um primeiro nível de organização. Na realidade, deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise *a priori* e construção da Sequência de Didática.

Nesta pesquisa já foram realizadas entrevistas com professores e alunos, bem como uma revisão da literatura com intuito de realizar um diagnóstico sobre as dificuldades no

processo de ensino e aprendizagem de geometria e conhecer novas propostas metodológicas que norteiam o desenvolvimento da sequência didática.

**Concepção e análise *a priori*** é a fase que consiste em determinar as variáveis de ensino, denominada por Artigue (1996), de variáveis de comando, que acabam por interferir nos fenômenos estudados. “O objetivo da análise *a priori* é, pois, determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos”. (ARTIGUE, 1996, p. 205).

Essas variáveis irão nortear toda esta fase, a fim de determinar as variáveis escolhidas e a possibilidade de controle sobre estas variáveis buscando colocar em prática a experimentação de uma sequência de ensino, e proporcionar aos alunos a apreensão dos conceitos inerentes aos objetivos da sequência de ensino. Dessa forma, em uma análise *a priori* as escolhas das variáveis locais devem ser descritas e as características da situação desenvolvida, analisando a importância dessa situação para o aluno e, em particular, as possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá.

A **Experimentação** é o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o se necessário, quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica em um retorno à análise *a priori*, em um processo de complementação. Ela é seguida de uma fase de análise *a posteriori* que se apoia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são, às vezes, completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino.

A experimentação da sequência didática proposta nesta pesquisa será realizada em uma escola da rede estadual de ensino localizada na cidade de Vigia, interior do estado do Pará. A produção de dados será realizada por meio da captura de imagens e áudios durante a aplicação das atividades e ainda observações e registros feitos pelo professor da classe e um segundo pesquisador.

A **Análise *a posteriori* e Validação** é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo. Ela não é a crônica da classe, mas uma análise feita à luz da análise *a priori*, dos fundamentos teóricos,

das hipóteses e da problemática da pesquisa, supondo que a observação foi preparada por uma análise *a priori* conhecida do observador e os objetivos da observação foram delimitados por ferramentas apropriadas e estruturados também pela análise *a priori*.

Apoiados na produção dos alunos, na observação em sala de aula, no pré-teste e pós-teste, analisaremos os resultados para depois fazer o confronto entre eles e assim verificar se o objetivo de nosso estudo foi alcançado.

### **O ensino por atividades baseadas na redescoberta**

Nesta seção são apresentadas algumas atividades que compõem a sequência didática. As atividades estão centradas no princípio da redescoberta, onde segundo Mendes; Sá (2006) os professores devem inserir em suas aulas a dinâmica experimental como fator formativo dos alunos e fazendo-o sentir a importância da matemática e dando significado ao que está aprendendo.

O termo redescoberta é usado neste sentido, em vez de descoberta porque o aluno geralmente não está descobrindo novas verdades matemáticas nas fronteiras do conhecimento, mas redescobrando estruturas matemáticas já conhecidas pela comunidade matemática. (FOSSA, 2008, p. 11).

Além disso, o ensino por meio de atividades de redescoberta, de acordo com Mendes; Sá (2006) oferece vantagens, por ser ativo, propicia o espírito de iniciativa, de pesquisa ou de trabalho levando os alunos a redescobrir por esforço próprio, as informações que de maneira tradicional seriam fornecidas pelo professor.

A técnica da redescoberta consiste em preparar roteiros de estudos e de experiências ou observações que conduzam a uma descoberta, que na verdade, é uma redescoberta, convencendo o educando de que é capaz, ao mesmo tempo de que torna o estudo mais interessante e deveras desafiante. (NÉRICE, 1981, p. 154).

Em vista disso, trabalhar a disciplina de matemática tendo como suporte o ensino por meio de atividades de redescoberta dará possibilidades aos professores de propor um ensino de maneira diferenciada, possibilitando aos alunos uma nova visão de seus conhecimentos, valorizando os conhecimentos prévios, e contribuindo para a resolução dos problemas, a fim de atingir os objetivos das atividades.

As atividades contidas na sequência didática partem de conceitos simples como a ideia de ampliação e redução de figuras para introduzir conceitos de proporcionalidade entre figuras planas, razão de proporcionalidade e semelhança, discutindo de modo particular o conceito de semelhança de triângulos.

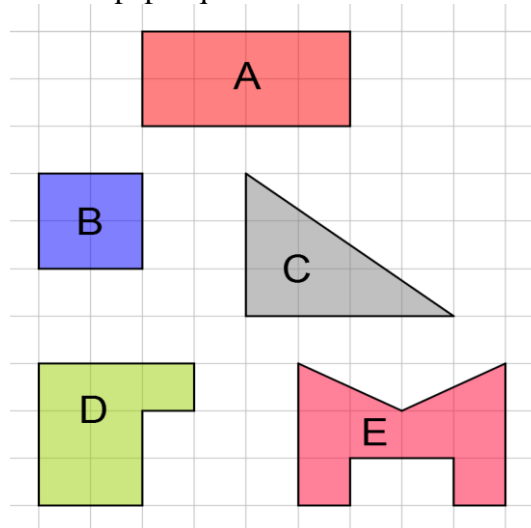
**Quadro 1: Atividade de ampliação que compõe a sequência didática**

**Título:** Desenhando ampliações e reduções

**Objetivo:** Desenvolver a habilidade de desenhar ampliações e reduções de figuras.

**Materiais necessários:** Papel quadriculado, caneta e régua.

**Procedimento:** Distribuir figuras ao aluno e solicitar que o mesmo faça uma ampliação de cada uma delas com o auxílio de papel quadriculado.



Preencha a seguinte tabela:

Figura	Ampliação		Figura original		$\frac{\text{Base Ampliação}}{\text{Base original}}$	$\frac{\text{Altura Ampliação}}{\text{Altura original}}$
	Base	Altura	Base	Altura		
A						
B						
C						
D	x		x			
E	x		x			

O que podemos concluir após analisar a tabela?

**Análise a priori:** É natural que os alunos ao iniciarem a ampliação da figura **A** adicionem, por exemplo, 2 a altura e 2 a largura, o professor deve questioná-lo se a ampliação feita se assemelha com a figura **A**. Nesse momento, o professor pode intervir pedindo que o aluno faça uma ampliação com dobro de tamanho da figura **A**. Após discussões entre os alunos, espera-se que os mesmos utilizem o procedimento de multiplicar cada lado por 2 para encontrar a medida do respectivo lado da ampliação.

Dessa forma, os alunos deverão concluir que para fazer uma ampliação ou redução semelhante a uma dada, deve-se multiplicar cada um dos segmentos da figura original por uma constante. O professor deve incentivar os alunos a adotarem outras constantes para a ampliação das demais figuras. Ao analisar a tabela, o aluno vai notar que nas duas últimas colunas vai aparecer exatamente a constante escolhida por ele.

Fonte – Dados da pesquisa, 2016.

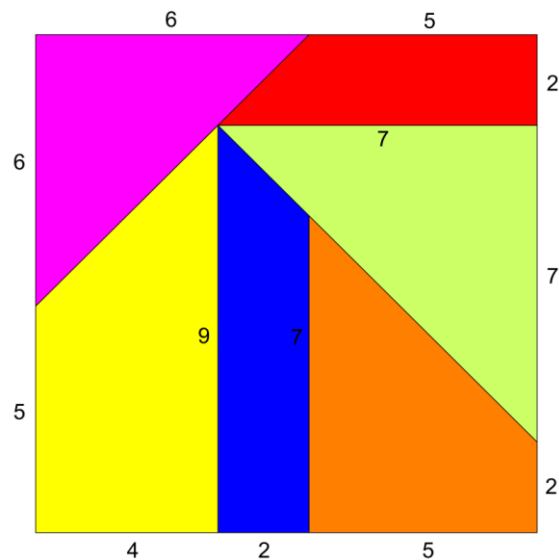
**Quadro 2: Atividade de ampliação de um quebra cabeça que compõe a sequência didática**

**Título:** Ampliando um quebra-cabeça

**Objetivo:** Desenvolver a habilidade de desenhar ampliações de figuras.

**Materiais necessários:** Régua, tesoura, calculadora, cartolina, caneta.

**Procedimento:** Dividir a turma em 6 grupos e solicitar que cada grupo amplie uma das peças do quebra-cabeça de modo que o segmento que mede 4 cm na figura original meça 7 cm na ampliação. Informar aos alunos que ao final da confecção das peças, o quebra-cabeça ampliado será montado.



**Análise a priori:** Com a habilidade adquirida com a atividade anterior, os alunos não terão grandes dificuldades em identificar a constante de proporcionalidade entre a figura original a ampliação desejada. É importante que o professor acompanhe de perto os debates que acontecem em cada grupo de modo a indagar qual ou quais os procedimentos escolhidos pelo grupo. Perguntas do tipo “Se de 4 aumentou para 7, de dois vai aumentar para quanto?” devem ser feitas para os grupos com dificuldades na realização da atividade.

Caso o resultado final (montagem do quebra cabeça) não seja satisfatório, deve-se discutir quais os procedimentos utilizados em cada grupo com o intuito de validar os procedimentos corretos e eliminar os equivocados e com isso, deve-se solicitar aos grupos que refaçam a atividade tomando os procedimentos validados na discussão da turma.

Fonte – Dados da Pesquisa, 2016.

### Quadro 3: Atividade sobre semelhança de triângulos que compõe a sequência didática

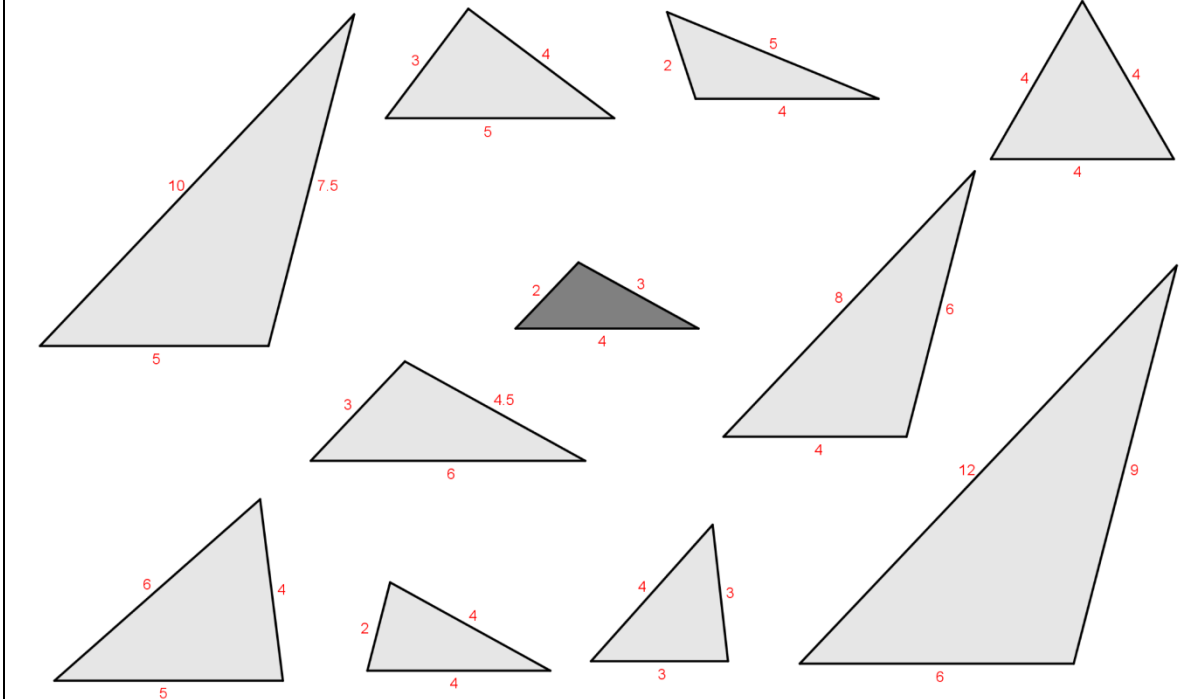
**Título:** Ampliações de figuras

**Objetivo:** Descobrir quais triângulos são ampliações os reduções do triângulo em destaque.

**Materiais necessários:** Triângulos, régua, calculadora, caneta e tabela para anotações.

**Procedimento:** Solicitar que o aluno descubra através de medições com régua quais os triângulos são ampliações do triângulo mais escuro. Após feitas as medições o aluno deve recortar os triângulos para que possa sobrepor um a outro com o intuito de comparar os ângulos correspondentes.





**Análise a priori:** Os alunos não terão dificuldades para identificar as ampliações do triângulo mais escuro, já que naturalmente será percebido que tais triângulos possuem lados proporcionais ao triângulo dado. Após identificar as ampliações o aluno notará que os ângulos correspondentes possuem a mesma medida.

Fonte – Dados da Pesquisa, 2016.

**Quadro 4: Atividade que compõe a sequência didática**

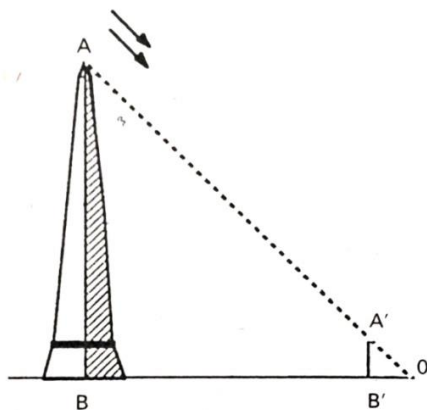
**Título:** Cálculo de distâncias inacessíveis

**Objetivo:** Aplicar os conceitos de semelhança para solucionar problema do cotidiano.

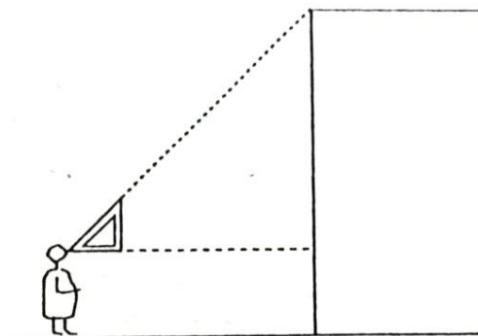
**Materiais necessários:** Fita métrica, esquadro, cabo de vassoura, espelho, papel e caneta.

**Procedimento:** Dividir os alunos em grupo e propor as seguintes situações problema:

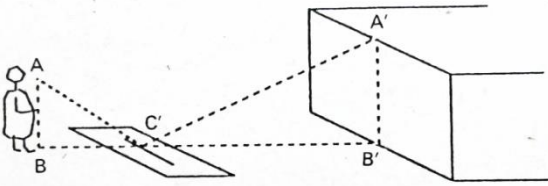
1- Calcular a altura de um objeto sem poder medi-la diretamente, utilizando apenas um cabo de vassoura e fita métrica.



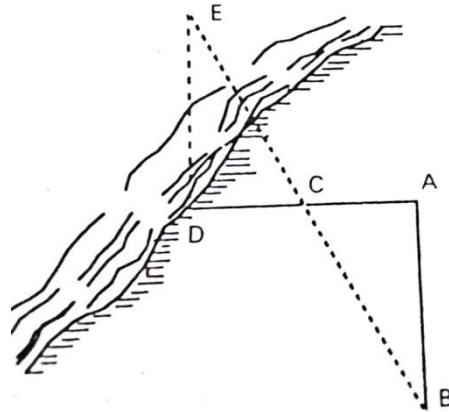
2- Calcular a altura de um objeto sem poder medi-la diretamente, utilizando apenas um esquadro e fita métrica.



- 3- Calcular a altura de um objeto sem poder medi-la diretamente, utilizando apenas um espelho e fita métrica.



- 4- Calcular a largura de um rio ou rua sem poder medi-la diretamente, utilizando apenas um esquadro e fita métrica.



**Análise à priori:** Naturalmente alguns alunos não conseguirão utilizar os conceitos de semelhança para resolver o problema no primeiro momento. O professor deve fazer perguntar de modo a induzir o aluno observar a semelhança que acontece em cada problema e a partir daí, solucioná-lo.

Fonte – Adaptada de GONZÁLES, 1997.

As atividades de redescoberta que compõem a sequência didática podem se tornar um ótimo aliado para os professores em sala de aula possibilitando a superação das dificuldades encontradas pelos alunos nas aulas de matemática, fazendo-os ir a busca e a construção de seus próprios conhecimentos possibilitando o desenvolvimento de alunos críticos, capazes de saberem discutir sobre os mais variados assuntos que os rodeiem.

Assim, percebe-se que as atividades, oportunizarão aos alunos a participação ativa no processo de aprendizagem e que estes assim como os professores, possuem papel significativo para o êxito desta metodologia em sala de aula, e esse bom estabelecimento do contrato didático, contribui de forma positiva para o aprendizado e possibilita ao professor um desenrolar mais ativo de suas aulas, não ficando restrito apenas aquele momento da execução do experimento, mas a partir de sua primeira experiência, este ganha consigo uma gama de pensamentos que o levarão a pensar em outros experimentos para o ensino de outros conceitos matemáticos.

### Considerações Finais

Este trabalho buscou apresentar os resultados parciais de um estudo que tem como objetivo desenvolver uma sequência didática que contribua para a melhora do processo de

ensino e aprendizagem de semelhança de figuras planas propondo novas ações didáticas para alunos do ensino fundamental, buscando responder a seguinte questão: Quais efeitos o desenvolvimento de uma sequência didática pode provocar em alunos do 9º ano do ensino fundamental, em relação à participação nas aulas de matemática e ao desempenho na resolução de questões envolvendo semelhança de figuras planas?

Segundo Zabala (2014), a estruturação das atividades, no formato de uma Sequência Didática possibilita uma ordenação de etapas pelas quais o estudante pode chegar ao formalismo, sem receber prontas e acabadas as propriedades geométricas, as quais propiciam uma aproximação ao conceito, fazendo que o estudante ao manipular figuras, desenhando ampliações e reduções, fazendo medições, etc., reconheça regularidades pelos parâmetros inerentes à situação criada.

Neste trabalho, procurou-se produzir atividades que buscam explorar a produção do pensamento geométrico, por meio da resolução de problemas, visualização e manipulação de figuras/sólidos por meio da construção com régua, transferidor, papel quadriculado, onde também utilizamos o ensino por atividades de redescoberta com o intuito de criar no aluno uma atitude de observação e investigação das propriedades das figuras de modo a criar um ambiente favorável para aprendizagem.

Estudos mostram que o ensino de geometria, quando acontece efetivamente, ainda transcorre de maneira tradicional onde os professores se restringem ao uso do livro didático como principal ferramenta de ensino, ou seja, feito com figuras estáticas contidas nas ilustrações do livro ou no quadro do professor em sala de aula, dificultando o entendimento por parte dos alunos. No caso dessa sequência didática, o ensino é feito com meio da manipulação e exploração de propriedades pelo processo da intuição e de levantamento de conjecturas, com uma maneira aproximativa à dedução formal, o que favorece a formalização com a linguagem específica da Matemática.

As atividades serão aplicadas a estudantes de uma escola pública da rede estadual de ensino do interior do estado do Pará, não se sabe se os alunos vão corresponder ao que esperamos, sem antes aplicar a sequência, mas pretende-se que com a aplicação das atividades os alunos mostrem uma melhor compreensão das propriedades e dos conceitos referentes à semelhança de triângulos e adquiram habilidades na resolução de questões.

## Referências

- ARTIGUE, M. Engenharia didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das matemáticas**. Coleção Horizontes Pedagógicos. Lisboa: Instituto Piaget. 1996. p. 193 – 217.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEMT, 2002.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Trad. J. B. Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.
- FOSSA, J.A. Matemática, História e Compreensão. In: **Revista Cocar: Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará**. v.2, n.4. Belém: EDUEPA, jul./dez. 2008.
- GONZÁLES, Ricardo Luengo. **Proporcionalidad geométrica y semejanza**. Grupo Beta. Sintesis: Madri, 1997.
- LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista. Blumenau, n. 1, p. 3 –13, 1995.
- MENDES, I. A; SÁ, P. F.; **Matemática por atividades: sugestões para sala de aula**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.
- SisPAE - **Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Disponível em <http://www.vunesp.com.br/reports/RelatorioSISPAE.aspx?c=SEPA1401>. Acesso em 04 de dezembro de 2015, às 14:30.
- ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa; revisão técnica: Nalú Farenzena. Porto Alegre: Penso, 2014.