Um estudo sobre a aprendizagem de áreas de triângulos e quadriláteros por alunos do sexto ano do Ensino Fundamental

Cleide Ribeiro Mota[1]

GD2 – Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

Resumo do trabalho: O presente estudo tem como objetivo investigar dificuldades dos alunos diante de situações envolvendo conceitos de áreas de triângulos e quadriláteros, dispondo de diversos recursos: papel e lápis, malha quadriculada, recortes de figuras, geoplano, tangram, entre outros. Os procedimentos metodológicos utilizados serão os da Engenharia Didática, descritos por Artigue. Será elaborada e aplicada uma sequência didática tentando responder à problemática da pesquisa. Como suporte teórico, utilizaremos a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, por ela valorizar as relações envolvendo professor, e aluno e conhecimento matemático em sala de aula e a Teoria de Registros de Representação Semióticas de Duval que trata das condições cognitivas da aprendizagem da geometria: desenvolvimento da visualização, diferença dos raciocínios e coordenação de suas operações. A partir das ideias de Duval sobre as apreensões e os diferentes olhares em geometria, pretendemos criar um ambiente propício para a aprendizagem da geometria, focando especialmente nas transformações geométricas (2D), reconfiguração e desconstrução dimensional. A ideia é considerar um ambiente semiótico onde ocorra a interação de registros distintos de tal maneira que permita investigar possibilidades de aprendizagem da geometria no ensino fundamental.

Palavras-chave: Área; Aprendizagem; Ensino Fundamental. Reconfiguração de figuras planas.

Introdução

O objetivo desta pesquisa é investigar dificuldades de do sexto ano do ensino fundamental diante de situações envolvendo conceitos de áreas de triângulos e quadriláteros. Ela é pautada em observações realizadas durante a minha[2] prática profissional.

Logo nos anos iniciais do curso de graduação em Matemática - Licenciatura do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Campus de Campo Grande, presenciei dificuldades de alguns alunos e professores das séries iniciais do ensino fundamental diante de situações que envolvem o conceito de área, quando participei de um Projeto de Extensão durante toda a graduação.

Constatei, pela experiência vivenciada, que o uso de materiais concretos manipuláveis para a aprendizagem de conceitos matemáticos, como área de triângulos e

[1] Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, e-mail: cleide.arinos@hotmail.com.br, orientador: Dr. José Luiz Magalhães de Freitas.
[2] Está em primeira pessoa por tratar-se da vivência pessoal da pesquisadora.

quadriláteros, com uma sequência didática elaborada, favoreceu a criação de um ambiente motivador que contribuiu para a aquisição de conhecimentos, tanto com as crianças quanto com os futuros professores na sua formação docente inicial em cursos de pedagogia.

Ao ingressar no curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, comecei a participar do Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat)[3], aprofundando meus conhecimentos na área de concentração Ensino e Aprendizagem da Matemática comtemplando o que eu pretendo pesquisar: as produções geométricas dos alunos na resolução de situações que envolvem o conceito de área de triângulos e quadriláteros.

Algumas pesquisas do grupo nessa área colaboram com o que pretendemos investigar, dentre elas: Piccelli (2010)[4] e Oliveira (2009)[5]. Piccelli (2010) tinha como objetivo investigar a validação de conjecturas por alunos do primeiro ano do Ensino Médio; para tanto foi aplicada uma sequência didática com base teórica na Engenharia Didática utilizando o software Cabri-Géomètre, utilizando a Teoria das Situações Didáticas, mais especificamente a parte que trata das situações adidáticas. Utilizando como base teórica para analisar a validação das conjecturas a Tipologia de Provas. Piccelli (2010, p. 94) observou que "Em geral, os alunos não estão acostumados a situações nas quais devem agir independentemente do professor no que diz respeito ao saber em cena."

O objetivo da pesquisa de Oliveira (2009) foi acompanhar a evolução das argumentações que aparecem nas validações de atividades envolvendo Construções Geométricas, utilizou como referencial teórico A Teoria das Situações Didáticas, cuja metodologia foi a Engenharia Didática. As argumentações dos oito alunos do oitavo ano foram estudadas segundo a Tipologia de Provas.

Tais pesquisas corroboram com os pressupostos almejados, visto que a pesquisa proposta pretende embasar-se teoricamente da: Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008) e no referencial teórico de Duval (2005) que trata das apreensões e dos

---

[3] O DDMat está cadastrado no diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq, e tem como líder a Professora Dra. Marilena Bittar, do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul.
[4] Leitura parcial da dissertação até o presente momento.
[5] Idem a observação anterior.

diferentes olhares em geometria, enfatizando as transformações geométricas (2D), com o referencial metodológico da Engenharia Didática.

A geometria além de possuir várias possibilidades de exploração, favorece a elaboração de diferentes estratégias de resolução e a elaboração de conjecturas. Segundo os PCN:

> Com relação ao bloco Grandezas e Medidas destaca-se a importância em proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos. O estudo de diferentes grandezas, de sua utilização no contexto social e de problemas históricos ligados a elas geralmente desperta o interesse dos alunos. (BRASIL, 1998, p. 69)

E ainda,

> Além de fornecer os contextos práticos para a realização da atividade matemática é importante pensar nas Grandezas e Medidas como um bloco que possibilita férteis articulações com os outros blocos de conteúdos, uma vez que seu estudo está fortemente conectado com o estudo da Geometria e com os diferentes tipos de números. (BRASIL, 1998, p. 69)

Tem-se ainda, dentre os objetivos gerais para o ensino fundamental nos PCN:

> Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.• (BRASIL, 1998, p. 48)

E,

> Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 48)

Segundo Almouloud (2004, p. 1) “Um dos problemas enfrentados pelo sistema de ensino brasileiro refere-se ao baixo desempenho dos alunos do Ensino Básico, em Matemática, e mais especificamente, em problemas envolvendo a geometria”. Por mais que as avaliações realizadas pelo SAEB/MEC[6] não avaliem com precisão a aprendizagem dos alunos, seus resultados apontam o baixo desempenho dos alunos quando o tema abordado é geometria. Nas avaliações externas na escola em que trabalho tal fato se repete,

---

[6] Compreende o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) do Ministério da Educação que é composto por dois processos: A avaliação Nacional da educação básica (Aneb) que recebe o nome de Saeb em suas divulgações e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc) que por seu caráter universal recebe o nome de Prova Brasil em suas divulgações.

os alunos apresentam baixo desempenho nos descritores referentes ao conteúdo área. O mesmo ocorre quando são avaliados pelos docentes da escola.

Análise em livros didáticos

Dois livros de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental foram analisados: Dante (2015), Andrini e Vasconcellos (2015), considerando as representações relativas ao estudo de áreas de figuras planas inserido no campo grandezas e medidas.

E de acordo com o Guia de Livros Didáticos para os anos finais do Ensino Fundamental (PNLD/2016) ao considerar cada coleção em seu todo, em mais da metade delas, os cinco campos da Matemática (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade) recebem atenção equilibrada. As demais acabam privilegiando um dos campos, geralmente, o campo mais enfatizado é o dos números e operações, o campo Grandezas e Medidas e o de Estatística e probabilidade acabam recebendo atenção abaixo do que é esperado. Considerando a distribuição entre os volumes em cada obra o livro do sexto ano dedica atenção acima do esperado para o campo de Números e Operações. E em quase dois terços dos volumes os campos de Grandezas e Medidas é deixado para os capítulos finais do LD. Analisando o conteúdo Área de figuras planas "[...] são raros os exemplos interessantes em que as partes de mesma área não sejam formadas por figuras congruentes." (PNLD, 2016, p. 26).

Raramente se encontram nos LD questões envolvendo congruência entre figuras geométricas planas recorrendo à noção de transformação geométrica. De acordo com o guia PNLD de 2016, outra limitação frequentemente analisada nas obras aprovadas é o uso do termo 'medida' para indicar o valor de uma grandeza, como por exemplo: 10m, $2m^2$, 8 kg, etc. E também fazer uso de números desacompanhados de unidades para representar: comprimentos, áreas, etc.

Nos livros analisados a abordagem do conceito de área é feita de maneira aligeirada, comprometendo a capacidade do aluno de investigar e generalizar, predominando as atividades de aplicação e memorização de fórmulas algébricas. Predominam-se exercícios que privilegiam a aplicação das fórmulas, não valorizando o desenvolvimento de outras competências cognitivas. Aprender matemática, nesse bloco, consiste assim em aplicar corretamente as fórmulas e resolver os exercícios.

Nos livros analisados a fórmula da área do retângulo A=b$\times h$, por exemplo, é apresentada prematuramente, onde b é a base e h é a altura do retângulo. Considerando medidas inteiras na maior parte dos exercícios. Sendo, nos dois livros analisados, a área de figuras planas como um número e ao mesmo tempo como número e uma grandeza. Exemplo:

A=$3 \times 6 = 18$

A=$3 \times 6 = 18\ cm^2$

Quando o correto seria realizar:

A=$3cm \times 6cm = 18cm^2$ (número e unidade de medida)

Partindo do processo de medição a grandeza não é apenas um número obtido e sim o par: número e unidade de medida.

Objetivos

Objetivo geral

Investigar dificuldades de alunos diante de situações envolvendo conceitos de áreas de triângulos e quadriláteros.

Objetivos específicos

- ❖ Analisar procedimentos de cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros.
- ❖ Decompor a figura de partida em outras unidades figurais para realizar o cálculo de área.
- ❖ Realizar operações de reconfigurações nas figuras geométricas para validar o cálculo de área.

Referencial metodológico

Para desenvolvimento da pesquisa serão utilizados princípios metodológicos da Engenharia Didática de Artigue (1996). Uma sequência didática que forneça dados suficientes para compreender/investigar a questão norteadora da pesquisa será elaborada e desenvolvida com alunos, por meio de sessões de estudos, sendo que cada sessão terá duração de 2 horas, com alunos do sexto ano de uma escola particular de Campo Grande – M.S.

A elaboração e aplicação da sequência de atividades perpassará quatro fases: análises prévias, análise a “priori”, experimentação e, análise a “posteriori” e validação.

Além da Engenharia Didática será utilizada também a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008) como referencial metodológico, privilegiando especificamente a análise das situações adidáticas presentes na teoria, bem como a devolução que deve ocorrer na fase inicial do desenvolvimento de cada atividade na experimentação. E considerando também a desconstrução dimensional das formas, a reconfiguração de figuras planas em geometria de Duval (2005).

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A obra A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (2008) possui aspectos fundamentais, é um modelo teórico que trata da forma com se devem apresentar os conteúdos matemáticos aos alunos, almejando uma melhor compreensão da aprendizagem da matemática. O meio é onde ocorrem às interações/adaptações do sujeito, é um subsistema autônomo, antagônico no qual ele age.

Brousseau (2008) trata então de duas situações que devem ser usadas em sala de aula pelo professor para que ocorra a aprendizagem: as situações didáticas e as situações adidáticas. Segundo Brosseau (*apud* Almouloud, 2007, p.33) uma situação adidática possui as seguintes características:

> - O problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
> - O problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas;[7]
> - O professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal autor da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) proposta(s).

Brousseau (2008) enfatiza e existência dos obstáculos epistemológicos que se manifestam na relação professor/aluno/saber durante o processo de ensino e aprendizagem.

[7] O aluno aprende por vontade própria e não por obrigação do professor ou da escola.

Além disso, é imprescindível que aconteça a devolução que, de acordo com Brousseau (2008, p.91), "[...] é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência." O aluno se apropria do problema, interessando-se por sua resolução, responsabilizando-se por sua resolução e dando a devolutiva para o professor. Se os alunos se interessarem pelo problema haverá a devolução.

Para que ocorra a situação adidática precisa existir a devolução de uma determinada atividade, o aluno precisa entrar no jogo. O exercício provocativo consiste em elaborar circunstâncias para que o aluno aprenda em um curto espaço de tempo noções que demorariam muito para serem estabelecidas. Neste caminhar Brousseau (2008, p. 34-35) afirma que:

> As concepções atuais do ensino exigirão do professor que provoque no aluno – por meio da seleção dos "problemas" que propõe – as adaptações desejadas. Tais problemas, escolhido que modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflita e evolua. Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que produz a resposta, o professor de recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se *adidática*.

De acordo com essa concepção, o professor deve elaborar mais do que a comunicação de um conhecimento, deve elaborar a devolução de um problema adequado, transferindo a responsabilidade para o aluno. Uma vez que seu trabalho é demarcado antecipadamente por objetivos e metas predeterminadas. A escolha do problema pelo professor é uma parte importante em uma situação didática, elaborada para fins pedagógicos, desencadeando uma ou mais situações adidáticas, envolvendo o aluno na produção de conhecimentos.

Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento – As figuras geométricas: Reconfiguração e desconstrução dimensional

A aprendizagem em geometria segundo Duval (2005) está relacionada diretamente com a articulação de registros de representação muito diferentes: a visualização e a linguagem. Segundo Duval a visualização de uma figura em geometria está inserida numa atividade cognitiva mais complexa do que o simples ato de ver mostra, o modo de ver uma figura depende da atividade na qual ela é mobilizada. Existem maneiras de ver que funcionam de modo icônico (Botanista e Agrimensor) e de modo não icônico (Construtor e Inventor). Segundo esse autor essas maneiras de ver estão relacionadas com os quatro modos de apreensão em geometria, que dependem diretamente da atividade matemática na qual elas estão inseridas, quais sejam: a apreensão sequencial, a apreensão perceptiva, a apreensão discursiva e a apreensão operatória, juntamente com o conteúdo geométrico.

O olhar botanista segundo Duval (2005),é a entrada mais evidente e mais imediata. É aprender a reconhecer e a nomear as formas elementares que são utilizadas na geometria plana: tipos de triângulos e de quadriláteros, observar as diferenças entre duas figuras representadas, por exemplo, entre um quadrado e um retângulo ou entre um quadrado e um paralelogramo. Permite reconhecer as formas por meio da observação das partes visuais.

O olhar agrimensor se trata de uma entrada que valoriza medir comprimentos sobre um terreno, ou solo, ou de distância entre dois pontos, estabelecendo escalas de grandezas, como por exemplo, quando ocorre a correspondência desses dados para o papel. “Nesse tipo de atividade as propriedades geométricas são mobilizadas para fins de medidas” (DUVAL, 2005, p. 6, tradução nossa), um exemplo típico foi o procedimento de medir o raio da terra por Eratóstenes (DUVAL, 2005, p. 6).

O olhar do construtor ocorre por meio do uso de instrumentos – régua não graduada e compasso. De acordo com Duval (2005, p. 6. Tradução nossa) é “Por meio da utilização de um instrumento o aluno pode realmente tomar consciência que as propriedades geométricas não são somente características perspectivas”. Alguns programas computacionais, como por exemplo, o *Geogebra* e o *Cabri Géomètre* podem substituir tais instrumentos, com outras possibilidades.

O olhar do inventor “resulta em decompor a figura de partida em outras unidades figurais” (DUVAL, 2005, p. 7, tradução nossa). Ou seja, adicionar traços na figura enunciada, operar sobre a mesma e modificá-la para descobrir um procedimento de resolução. Como por exemplo: “A partir de um quadrado dado, construir um outro quadrado com área duas vezes maior” (DUVAL, 2005, p. 6, tradução nossa).

Esses olhares em geometria se relacionam com as apreensões, conforme Moretti e Brandt (2015): “Esses olhares caminham de um lado a outro conforme as apreensões em geometria são exigidas. No olhar do botanista, exige-se essencialmente a apreensão persceptiva. Na outra ponta, todas as apreensões participam das atividades do olhar do inventor.” (p. 606).

A apreensão sequencial é requerida em construções geométricas, seguindo direcionamentos, ou ainda na descrição de figuras, em que o objetivo consiste em reproduzi-las.

A apreensão perceptiva é caracterizada por meio da identificação dada pelo contorno das figuras. Como por exemplo, quando um quadrado é desenhado numa posição diferente, muitos dos alunos não o reconhecem.

A compreensão sobre a figura oriunda por meio de enunciados de exercícios, teoremas, proposições, hipóteses, etc. é um traço da apreensão discursiva. Isto é, o que promove a apreensão discursiva é a ligação que se faz da figura com os elementos matemáticos.

Finalmente, e considerada muito significativa para a pesquisa, temos a apreensão operatória consiste nas possíveis modificações que uma figura pode conceder e as reorganizações perceptivas que estas mudanças exercem. A reconfiguração intermediária é uma significativa modificação relacionada com nessa apreensão. Por exemplo: reconfigurar um paralelogramo em um retângulo e em um triângulo.

O olhar do inventor e do construtor são os olhares que possuem mais hierarquia frente aos objetivos da pesquisa, juntamente com as apreensões discursivas e operatórias. Considerando as possíveis relações entre os olhares a as apreensões, muitas vezes se faz necessário transpor a apreensão perceptiva que muitas das vezes é a que tem mais destaque no processo de aprendizagem.

Sendo assim não basta identificar a figura exposta, mesmo sendo uma figura geométrica, seja qual for à representação, a saber: de um ponto, de um segmento de reta, de um polígono ou de uma representação tridimensional. É fundamental operar uma desconstrução dimensional sobre a mesma, como Duval (2005, p.13, tradução nossa) conclui: “Assim a figura de um cubo ou de uma pirâmide (3D/2D) é decomposta em uma configuração de quadrados, de triângulos, etc. (unidades figurais 2D/2D). E os polígonos são por sua vez decompostos em segmentos de retas (unidades 0D/2D).”

Duval afirma que “A maneira matemática de ver as figuras consiste na decomposição não importa qual a forma discriminada” (2005, p.13, tradução nossa). Ou seja, em geometria, mais precisamente no cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros existe a necessidade de explorar formas 1D/2D, onde se realiza uma desconstrução na figura de partida em outros elementos figurais, reconhecendo os pontos que operam nas dimensões 0D/2D. Nesse caso o olhar de inventor e a apreensão operatória sobre as figuras parecem ter uma certa hierarquia sobre os demais.

A operação de reconfiguração sobre as figuras consiste em um outro tipo de tratamento em geometria, tratando-se de dividir a figura de partida em unidades figurais de mesma dimensão e sendo sua reconfiguração uma outra figura no qual o seu contorno global pode ou não ser o mesmo. Ou seja, é “decompor em unidades figurais do mesmo número de dimensões que a figura de partida” (DUVAL, 2005, p.14, tradução nossa). Assim segundo Duval “um triângulo (2D/2D) pode ser decomposto em outros triângulos (2D/2D)” (2005, p. 14, tradução nossa). Esta decomposição de acordo com Duval pode ser:

- Estritamente homogênea: Consiste em decompor a figura de partida em unidades figurais da mesma forma que a figura de partida. Por exemplo: decompor um paralelogramo em quatro paralelogramos menores.
- Homogênea: Consiste em decompor a figura de partida em unidades figurais diferentes da original, porém todas as figuras obtidas na decomposição sendo do mesmo tipo. Exemplo: Decompor um paralelogramo em dois triângulos.
- Heterogêneas: Consiste em decompor a figura de partida em unidades figurais de formas diferentes entre elas. Por exemplo: Dividir um paralelogramo em um triângulo e em um trapézio retângulo para formar um retângulo.

Essas operações de reconfiguração serão utilizadas na referida pesquisa com o objetivo de validar o cálculo de área, fazendo uso de malha quadriculada e materiais manipuláveis, possibilitando aos alunos a exploração heurística sobre as figuras.

Tanto a teoria de registros de representação semiótica quanto esse modo de ver em geometria apresentam importantes contribuições sobre o processo de aprendizagem, diante do ponto de vista cognitivo, que precisam ser consideradas nesse processo. Sendo assim, procuraremos relacionar essas duas teorias do seguinte modo: considerar esse modo de ver em geometria tentando articulá-la com as conversões do registro de representação semiótica, transitando entre os diferentes registros possíveis.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **A geometria na escola básica: que espaços e formas tem hoje?** In ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo: VII EPEM, 2004.

____________, S.A**. Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007, p. 31-54.

ANDRINI, A; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando matemática**. 4 Ed. São Paulo: Editora do Brasil, v.1, 2015.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. **BRUN, Jean. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos**, 1996, p. 193-217.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática 5 a 8 séries. Brasília, 1998.

_______, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática 5 a 8 séries. Brasília, 1998.

_______. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Prova Brasil: resultados. Disponível em: <http://sistemasprovabrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam >. Acesso em: 21 de Junho. 2016.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. Tradução de Camila Bógea. São Paulo: Ática, 2008.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática.** Ensino Fundamental 2. 2 Ed. São Paulo: Ática, v.1, 2015.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: **Annales de didactique et de sciences cognitives**. 2005. p. 5-53.

______, R.;M., Trad Méricles Thadeu Moretti. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

MACHADO, S.D.A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S.D.A. Orgs.). **Educação matemática: uma (nova) introdução.** São Paulo: EDUC, 2008, p. 233 – 246.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. Guia de livros didáticos: 6º ao 9º ano – PNLD 2017. Brasília, 2016.

MORETTI, M. T. Semiosfera do Olhar: Um Espaço Possível para a Aprendizagem da Geometria/Semiosphere of looking: a possible space for learning geometry. **Acta Scientiæ**, v. 15, n. 2, p. 289-303, 2013.

________, M. T; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras – Construction of a methodological Picture of semiotic and cognitive analysis concerning geometry problems involving figures. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo v. 17, n. 3, p. 597 – 616, 2015.

OLIVEIRA, S. G da S. **Um estudo de argumentações produzidas por alunos do oitavo ano em atividades de construções geométricas envolvendo pontos notáveis de triângulo**. 2009. 158f .Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS, 2009.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência Francesa.** 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PICCELLI, P. H. **A Validação de conjecturas como parte do processo de ensino e aprendizagem da Matemática**. 2010. 150f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS, 2010.