

## **Função Quadrática: uma abordagem à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**

Grazielle Santos Ferreira<sup>1</sup>

### GD2 – Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

O presente artigo apresenta uma proposta de pesquisa de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática que se encontra em andamento, cujo objetivo é investigar as implicações da mobilização das diferentes representações semióticas na construção dos conhecimentos inerentes ao conceito de função quadrática. A pesquisa terá uma abordagem qualitativa de caráter quase experimental e intervencionista, se apoiará na Teoria dos Registros de Representação Semiótica proposta por Raymond Duval e será desenvolvida em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino localizada no sudoeste da Bahia. Essa pesquisa consistirá em três etapas, a saber: (i) aplicação de um pré-teste abordando os conceitos de função quadrática cujo intuito é verificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca desse conteúdo; (ii) realização de uma intervenção de ensino composta por seis encontros, em que serão trabalhadas fichas de atividades em cada um deles, explorando as diferentes representações semióticas do objeto em estudo e; (iii) aplicação de um pós-teste para verificar se a mobilização das diversas representações realizada na intervenção influencia no desempenho apresentado pelos estudantes. Esperamos que a mobilização das diferentes representações semióticas realizada na intervenção de ensino auxilie os estudantes na compreensão desse conteúdo.

**Palavras-chave:** Função Quadrática; Ensino Fundamental; Registros de Representação Semiótica.

### **Introdução**

Durante o curso de Licenciatura em Matemática senti a necessidade de utilizar novas abordagens metodológicas logo após a minha inserção no contexto escolar ainda como estagiária. Pois, já nesse período pude perceber a dificuldade dos estudantes das em que atuei como estagiária com os conteúdos da disciplina de Matemática e, os recursos dos quais eu utilizava (lousa e pincel) não eram suficientes para amenizar tais dificuldades. Enquanto professora, me sentia inquieta pelos resultados insatisfatórios desses estudantes nas avaliações e esse fato me motivou a buscar uma formação continuada com o intuito de conhecer diferentes abordagens metodológicas para utilizar em sala de aula e assim, buscar novas formas de ensinar.

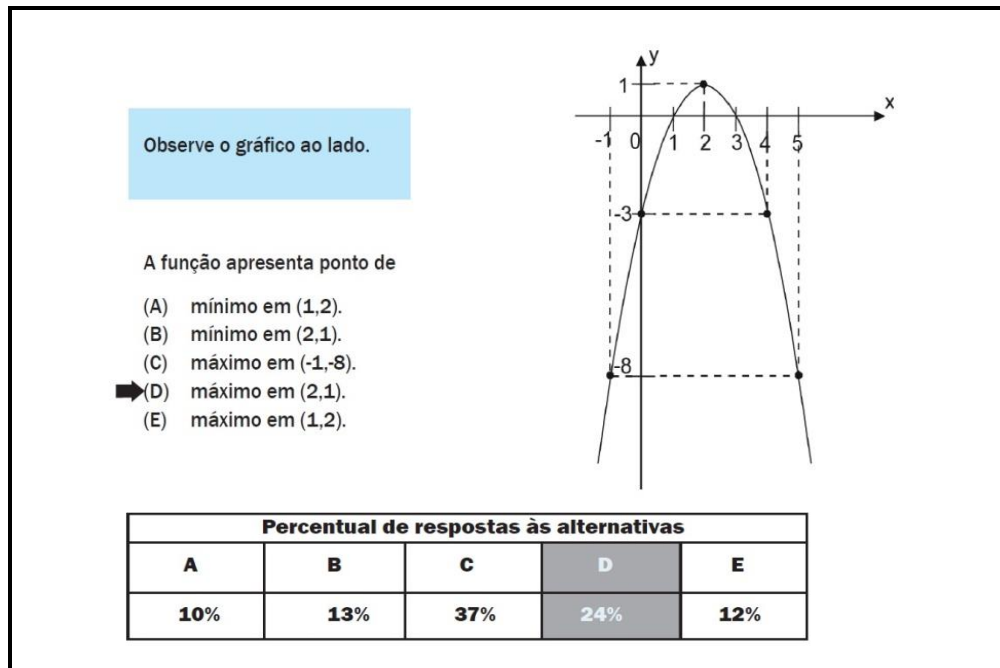
As dificuldades dos estudantes percebidas em sala de aula também são notadas ao analisarmos os resultados de macro avaliações, como do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Para exemplificar essa situação, apresentamos a seguir uma questão da prova de Matemática do SAEB de 2011 aplicada aos estudantes do 3º ano do

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Santa Cruz, e-mail: grazielesf@gmail.com, orientador: Dr. Rogério Fernando Pires.

Ensino Médio, que tinha por objetivo avaliar as habilidades dos alunos resolverem problemas que envolvem as noções de função quadrática.

Figura 1 – Questão de Matemática que compôs a prova do SAEB de 2011



Fonte – Disponível em [http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb\\_matriz2.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf). Acesso em: 03 de set.

2015.

Essa questão não exigia dos estudantes qualquer tipo de cálculo, apenas uma leitura da representação gráfica. Inicialmente, os estudantes poderiam observar a concavidade da parábola que está voltada para baixo e inferir que a mesma possui ponto de máximo. Em seguida, sabendo que o ponto de máximo coincide com o vértice da parábola, eles poderiam concluir que a função apresenta ponto de máximo em (2, 1) que são as coordenadas do vértice da parábola. Além disso, essa questão requeria dos estudantes a noção de par ordenado haja vista que  $x$  e  $y$  assumem valores distintos nos pontos (2, 1) e (1, 2).

É preocupante verificar que em questões desse tipo que exigem apenas uma observação do registro gráfico de uma função quadrática para identificar se essa função possui ponto de máximo ou de mínimo e as coordenadas do vértice da parábola, o percentual de acerto seja de apenas 24% dos estudantes que estão concluindo o Ensino Médio.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), BRASIL (1988), o ensino de Álgebra inicia no 7º ano do Ensino Fundamental, no 9º ano é esperado que dê início ao estudo de algumas funções, dentre elas a quadrática. Assim, o estudo das noções de função

perpassa o Ensino Fundamental e continua de maneira mais aprofundada até o 3º ano do Ensino Médio.

Desse modo, percebe-se que os estudantes concluem a Educação Básica com sérias dificuldades no que tange as noções de função, e em especial, da função quadrática mesmo estudando esse conteúdo ao longo de alguns anos escolares. Por isso se faz necessário realizar investigações que trate sobre esse tema, pois o conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e sua aplicação se estende a outras áreas do conhecimento como Física, Biologia, Química e Economia (LOPES, 2013).

Nesse sentido, Lopes, Angotti e Moretti (2003, p.1) afirmam que “a importância do conceito de função não se restringe apenas à singularidade que desempenha internamente a essa área do conhecimento, mas também pela sua aplicação intensiva e recorrente em muitos outros campos do conhecimento”. Assim, entendemos que o estudo de função vai para além da área de Matemática, por isso se faz necessário que o aluno compreenda o conceito para que possa usar esse conhecimento em outras áreas. Além disso, Lopes, Angotti e Moretti (2003) também ressaltam que

[...] apesar das inúmeras pesquisas envolvendo o ensino e a aprendizagem do conceito de função, ainda são grandes as dificuldades apresentadas pelos educandos do ensino fundamental e médio no seu aprendizado como meio e fim universais. Dentre estas está a inabilidade de construir conexões entre as diferentes representações de funções: fórmulas, tabelas, diagramas, gráficos, expressão verbal das relações, e, ainda, em estabelecer interações com outras áreas do conhecimento que fazem uso dessas mesmas representações, situadas em contextos diferentes (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003, p. 2).

Diante dessa realidade, percebemos que ainda há algo a se fazer no que se refere aos estudos de função e para tratar da complexidade que envolve a aprendizagem em matemática pelo fato de seus objetos de estudo serem abstratos, Machado (2003) aponta a teoria dos registros de representação como uma importante ferramenta a ser utilizada nas pesquisas. Além disso, essa teoria vem ao encontro de um dos objetivos dos PCN, BRASIL (1988) em que os alunos sejam capazes de

[...] comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas (BRASIL, 1998, p. 48).

Assim, podemos perceber que apesar das orientações que são feitas pelos parâmetros e das diversas pesquisas que vêm sendo realizadas acerca do conceito de funções como a de Maia (2007), Braga e Viali (2010), Fonseca et al (2013), Lopes (2013) e Leitão (2015), a aprendizagem está aquém do esperado, pois os estudantes ainda sentem muita dificuldade

ao lidar com tal conceito, seja dentro da Matemática ou em outras áreas do conhecimento como a Física (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003).

Diante desse cenário, tendo em vista a dificuldade dos estudantes em relação ao conceito de função e a importância de estudar tais conceitos, essa proposta de pesquisa buscará investigar as implicações da mobilização das diferentes representações semióticas na construção dos conhecimentos inerentes ao conceito de função quadrática. Dessa forma, buscaremos responder a seguinte questão: *Quais são as implicações da mobilização das diferentes representações semióticas na construção dos conhecimentos inerentes ao conceito de função quadrática?* Salientamos que nessa pesquisa, voltaremos nosso olhar às representações algébrica, gráfica, numérica e a língua materna do objeto em estudo.

### **Fundamentação Teórica**

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval tem-se mostrado importante instrumento de pesquisa, no estudo da complexidade da aprendizagem de matemática (MACHADO, 2003). Para Duval (2003) os objetos matemáticos são abstratos, isto é, não são perceptíveis ou observáveis por meio de instrumentos, o que os torna acessíveis apenas por meio das suas representações. Dessa forma, se faz necessário pontuar o que entendemos por representação. Representação é o meio que dá acesso ao objeto representado, desde que esse objeto não seja confundido com suas representações e seja reconhecido em cada uma delas (DUVAL, 2012). Além disso, esse autor ainda ressalta que a distinção entre um objeto e sua representação torna-se um ponto estratégico para a compreensão matemática.

Para Duval (2003, p. 30) “uma das características importantes da atividade matemática é a diversidade de registros de representação semiótica que ela mobiliza obrigatoriamente”. E por haver uma pluralidade de registros de representação de um determinado objeto matemático que torna a articulação e a mobilização desses diferentes registros a condição para a compreensão em matemática, embora diversas abordagens não levem em consideração esse fato (DUVAL, 2003).

Assim, tem-se que toda atividade matemática perpassa pela utilização dos diferentes registros de representação. Ao tratarmos do conceito de função, por exemplo, só temos acesso a esse objeto por meio de seus registros de representação, dentre eles podemos citar os registros algébrico, gráfico, numérico e a língua materna. Dessa forma, quando o indivíduo transitar entre esses registros, poderá ter uma melhor compreensão desse objeto.

De acordo com Duval (2003, p. 14) “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Portanto, para que um indivíduo compreenda determinado conteúdo matemático, se faz necessário articular e coordenar pelo menos dois registros de representação semiótica desse determinado objeto para que o compreenda de forma efetiva.

Um registro de representação semiótica é aquele que possibilita que as representações possam ser transformadas em outras e essas podem sofrer dois tipos de transformações, são elas: os tratamentos e as conversões. Para Duval (2012) o tratamento é a transformação de uma representação em outra no mesmo registro onde ela foi formada, isto é, é uma transformação interna a um registro. Podemos verificar um exemplo ao determinar as raízes da função quadrática representada algebricamente por  $f(x) = x^2 + x$  ficando estritamente no registro algébrico.

Por outro lado, as conversões são transformações que consistem em mudança de registro conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial (DUVAL, 2012). Por exemplo, passar da representação algébrica de uma função quadrática para a sua representação gráfica. A conversão é uma atividade cognitiva que difere e independe do tratamento e, do ponto de vista cognitivo é essa a atividade de transformação representacional essencial que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão (DUVAL, 2011). Assim, para esse autor a conversão das representações semióticas é a fronteira para que ocorra de fato uma compreensão de um determinado objeto matemático.

Referente às transformações de conversão, o autor ainda as classifica como: congruente e não-congruente. Quando há congruência significa que o registro de chegada transparece no registro de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação. Duval (2003) aponta ainda três condições para que a conversão seja congruente, são elas: (i) correspondência semântica das unidades de significados; (ii) unicidade semântica terminal e; (iii) conservação da ordem das unidades. Quando a conversão não atende a uma dessas três condições, diz-se que a conversão é não-congruente.

Sobre a mobilização das diferentes representações semiótica, Duval (2012) ainda defende que

Se a conceitualização implica coordenação de registros de representação, o principal caminho das aprendizagens de base matemática não pode ser somente a

automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser a coordenação de diferentes registros de representação, necessariamente mobilizados por estes tratamentos ou por esta compreensão (DUVAL, 2012, p. 284).

Nesse mesmo sentido, Colombo, Flores e Moretti (2008) afirmam que

[...] se a noção teórica proposta por Duval tem sido cada vez mais aprofundada e tem mostrado profícua para os estudos sobre a aprendizagem da matemática, podemos encontrar nessas pesquisas elementos metodológicos para subsidiar uma proposta teórico-metodológica para o ensino de matemática que considere os registros de representação semiótica como fundamento e pressuposto para a organização dos conteúdos a serem trabalhados na matemática escolar (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008, p. 43).

Assim, nota-se uma necessidade de explorar os diversos registros de representação de um objeto matemático em sala de aula e o ensino de Matemática pode se pautar na variedade de representações de um objeto matemático e na possibilidade de trocar de representação sempre que necessário, pois somente por meio da mobilização e da coordenação dessas representações que o estudante poderá conhecê-lo e compreendê-lo.

Portanto, considerando a importância desses elementos teóricos, elaboramos atividades abordando o conceito de função quadrática (objeto de estudo dessa pesquisa) com o intuito de explorar em uma intervenção de ensino, algumas de suas representações, como a algébrica, a gráfica e a língua materna. A partir dessa exploração, pretendemos que os sujeitos pesquisados mobilizem e coordenem tais representações de modo a possibilitar a compreensão do objeto abordado.

## **Metodologia**

A pesquisa terá uma abordagem qualitativa de natureza quase experimental e intervencionista com a finalidade de respondermos a nossa questão, qual seja: *Quais são as implicações da mobilização das diferentes representações semióticas na construção dos conhecimentos inerentes ao conceito de função quadrática?* Para Fiorentini e Lorenzato (2012) as pesquisas quase-experimentais

[...] visam verificar a validade de determinadas hipóteses em relação ao fenômeno ou problema. Entendemos por experimento aquela parte da investigação na qual se manipulam certas variáveis e se observam seus efeitos sobre outras. (FIORENTINI; LORENZATO, p. 71, 2012).

Nesse contexto, a intervenção de ensino na qual serão abordadas as mais diferentes representações semióticas da função quadrática será caracterizada como experimento. Após a sua realização, será verificado por meio de testes diagnósticos quais foram as



implicações dessa intervenção e assim, pretendemos investigar as implicações da mobilização das diferentes representações na construção dos conhecimentos inerentes ao conceito de função quadrática.

No que se concerne à abordagem qualitativa, o nosso estudo tomará caminhos com determinadas características que autores como Creswell (2010), Ludke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994) apontam como sendo de uma pesquisa qualitativa. Referentes a tais características, esses autores pontuam o ambiente natural onde o pesquisador coleta os seus dados no campo em que os participantes vivenciam a questão que está sendo estudada; o pesquisador é um instrumento fundamental, pois ele mesmo coleta os dados por meio de exames, documentos e observação do comportamento.

Nesse sentido, assinalamos que coletaremos os dados por meio de testes diagnósticos e realizaremos uma intervenção de ensino na escola onde os sujeitos pesquisados estarão inseridos. Além do mais, tal investigação será descritiva e o processo será mais importante que o produto, como apontam Ludke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994) ao caracterizar uma pesquisa qualitativa.

Contudo, é importante ressaltar que mesmo que a pesquisa seja de abordagem qualitativa, o pesquisador pode utilizar dados quantitativos em sua investigação, pois Bogdan e Biklen (1994, p. 194) afirmam que “[...] em determinadas circunstâncias o investigador qualitativo acha útil gerar os seus próprios dados numéricos [...]”, pois “[...] os dados quantitativos podem ter utilizações convencionais em investigação qualitativa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 194). Dessa forma, mesmo que a nossa pesquisa seja qualitativa, iremos considerar alguns dados quantitativos, como o desempenho dos estudantes nos testes diagnósticos, pois esses dados podem servir como uma forma de verificar o que foi desenvolvido durante a investigação (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Assim, ao fazer o confronto desses dados com uma análise qualitativa, podemos ter uma melhor compreensão da situação.

Essa pesquisa será desenvolvida em três etapas, são elas: (i) a aplicação do pré-teste; (ii) a realização da intervenção de ensino e; (iii) a aplicação do pós-teste. Inicialmente aplicaremos um pré-teste composto por 11 questões em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no sudoeste da Bahia, com o intuito de sabermos os conhecimentos que os estudantes já trazem no que se refere aos conceitos de função quadrática. Esse teste terá a duração de duas aulas de 50 minutos cada e nesse

período os estudantes ainda não terão estudado esse conteúdo, no entanto, eles podem usar outras estratégias para responder as questões.

Em seguida, realizaremos uma intervenção de ensino que será composta por seis encontros com a finalidade de abordar as noções de função quadrática. Para cada encontro elaboramos fichas de atividades com o intuito de explorar as diversas representações semióticas desse objeto matemático (representação algébrica, representação gráfica, representação numérica e a língua materna), bem como, explorar as suas transformações: os tratamentos e as conversões.

Em três encontros (2º, 3º e 5º) será utilizado o *software GeoGebra* como recurso didático para nos auxiliar na exploração dessas representações semióticas com a intenção de contribuir para a compreensão de determinados conceitos por parte dos estudantes. A escolha do *GeoGebra* se deve ao fato de ser um *software* gratuito de matemática dinâmica e ter a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Dentre alguns conceitos que serão tratados nesse ambiente computacional destacamos a noção de vértice, a simetria da parábola e as suas translações, e a relação entre as unidades significativas da expressão algébrica com as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica.

Os encontros terão duração de duas aulas de 50 minutos cada, em que serão exploradas diferentes representações do objeto em estudo, considerando que todo objeto matemático só é acessível por meio de suas representações semióticas (DUVAL, 2003). Em cada encontro entregaremos fichas de atividade como fora explicitado anteriormente e, os estudantes formarão duplas com o intuito de proporcionar a discussão das possíveis resoluções e compartilhar experiências.

Para o primeiro encontro temos dois objetivos, a saber: (i) introduzir as noções iniciais de função quadrática e; (ii) discutir a condição de existência desse tipo de relação funcional. No segundo encontro também temos dois objetivos, quais sejam: (i) discutir a construção e; (ii) esboço do gráfico da função quadrática (parábola) e iniciar a discussão sobre as translações da parábola.

Para o terceiro encontro nossos objetivos são: (i) tratar sobre as translações da parábola a partir da expressão algébrica de uma função quadrática na forma canônica<sup>2</sup> e; (ii) introduzir as noções de vértice e simetria da parábola. No quarto encontro temos como

---

<sup>2</sup> Quando a função quadrática é expressa pela lei  $f(x) = a(x - u)^2 + v$ , com  $a, u, v$  reais e  $a \neq 0$ .



objetivos: (i) abordar a conversão do registro gráfico da função quadrática para o registro algébrico e; (ii) tratar sobre a interpretação global que esse tipo de conversão exige. No quinto encontro o nosso objetivo é explorar as noções de raízes de uma função quadrática. No sexto e último encontro temos o objetivo de discutir algumas situações-problema que contemplem as noções de função quadrática que foram estudadas nos cinco encontros anteriores.

Finalmente, aplicaremos um pós-teste em um encontro com duração de duas aulas de 50 minutos cada, para investigar quais foram as implicações para a aprendizagem quando se explora os diversos registros dessa função. Esse pós-teste será composto pelas mesmas questões apresentadas no pré-teste com a ordem alterada, para manter o mesmo nível de dificuldade, equivalência matemática e de contexto das questões e assim, não comprometer a análise que será feita posteriormente. A nossa intenção será verificar as possíveis contribuições e limitações da intervenção realizada nessa turma para que dessa forma, possamos alcançar o nosso objetivo e responder a nossa questão de pesquisa. A seguir, apresentamos um quadro que mostra a correspondência dessas questões nos dois testes.

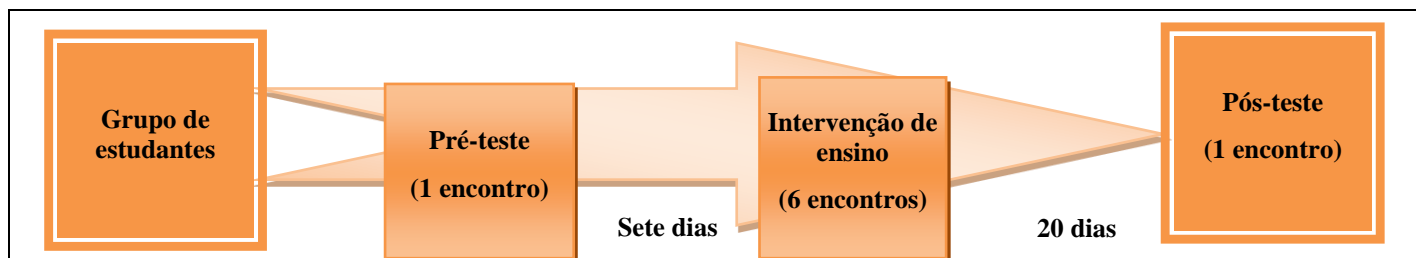
**Quadro 1 – Equivalência entre as questões**

Teste	Questões										
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Pré	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Pós	07	05	11	03	02	08	09	10	01	04	06

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

O Quadro 1 mostra a equivalência das questões nos dois testes diagnósticos. Dessa forma, a questão 01 no pré-teste será a de número 07 no pós-teste, assim como a de número 02 no pré-teste, será a questão 05 no pós-teste e assim até chegar à questão 11 do pré-teste que corresponde à questão 06 no pós-teste conforme explicitamos no quadro.

**Quadro 2 – Esquema Geral da pesquisa**



Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Para a análise de dados utilizaremos os resultados obtidos nos instrumentos diagnósticos, o pré e o pós-teste, e realizaremos inicialmente um tratamento quantitativo. Para tanto, usaremos o *software Statistical Package for Social Science* (SPSS) para fazermos um

comparativo entre os desempenhos apresentados pelos estudantes nos testes diagnósticos. Como expusemos anteriormente, o fato de ser uma pesquisa qualitativa não impede que o pesquisador possa se valer de dados quantitativos em seu estudo. Isso nos ajudará a ter mais clareza do quanto a intervenção de ensino foi eficiente para introdução das noções iniciais de função quadrática na turma que participou de nossa pesquisa.

Em seguida, faremos uma análise qualitativa em que nos ateremos a analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos, verificando se houve ou não a mobilização e a coordenação de diferentes registros de representação do objeto em estudo. Para respaldar tal análise, nos apoiaremos nos pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

### **Algumas Considerações**

Algumas pesquisas realizadas na área da Educação Matemática que tomaram como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como a de Maia (2007), Braga e Viali (2010), Lopes (2013), Brandl e Ramos (2013) e Meneses e Mariani (2014) têm mostrado que a utilização das diversas representações semióticas de um objeto matemático e a mobilização e a articulação dessas representações podem influenciar no aprimoramento do desempenho dos estudantes nas aulas de Matemática.

Assim, esperamos que essa pesquisa possa contribuir com os estudos realizados na área da Educação Matemática no que tange ao estudo do conceito de função quadrática apoiado na teoria dos registros de representação. Além disso, pretendemos possibilitar aos sujeitos dessa pesquisa, a partir das atividades trabalhadas durante a intervenção de ensino, a mobilização e a coordenação das diferentes representações semióticas do objeto em estudo de modo a promover a compreensão do mesmo.

### **Referências**

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRAGA, E. R.; VIALI, L. Função Quadrática – análise das alterações gráficas mediante a modificação dos parâmetros da expressão algébrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: UCSal, 2010, p. 1-16.

BRANDL, E.; RAMOS, E. E. L. As funções polinomiais do 1º e 2º graus sob a perspectiva da teoria das representações semióticas de Raymond Duval. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-15.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: Ensino Médio: Matrizes de referência, tópicos e descritores.** Brasília: MEC/SEB/Inep, 2011. Disponível em <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil\\_matriz2.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf)>. Acesso em: 12 de jun. 2015.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2015.

COLOMBO, J.A.A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de Representação Semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **ZETETIKÉ**, v.16, n. 29, jan-jun. Campinas: Ed. da Unicamp, 2008. p.41-72.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.** Tradução de Magda Lopes. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** In: CAMPOS, T. M. M. (Org.). Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

\_\_\_\_\_. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT: R. Eletr. De Edu. Matem.** eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3ª ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

FONSECA, V. G. et al. Função Fim: Um estudo das representações semióticas das soluções de questões por alunos da 1ª série do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-16.

LEITÃO, V. O Blog no ensino de Matemática: Uma proposta para o tema Função Quadrática. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EBEM), 16., 2015, Salvador. **Anais...** Salvador: IFBA, 2015, p. 1-8.

LOPES, J. P.; ANGOTTI, J. A. P.; MORETTI, M. T. Função Afim e conceitos unificadores: o ensino de Matemática e Física numa perspectiva conceitual e unificadora. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS (ENPEC), 4., 2003, Bauru. **Atas...** Bauru: USP, 2003, p. 1-11.

LOPES, S. P. Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUC-PR, 2013, p. 1-16.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática:** Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

MAIA, D. **Função Quadrática:** Um estudo didático de uma abordagem computacional. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MENESES, L. R. M.; MARIANI, R. C. P. Função Afim e Quadrática: Representações mobilizadas nas atividades propostas no livro didático Matemática: Contexto e aplicações. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/On line** - v. 2, n. 1, p. 135-156, 2014.