

As contribuições dos Registros de Representação Semiótica no ensino do pensamento algébrico dos alunos

Luani Griggio Langwinski¹

GD2 – Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

Este trabalho é o escopo de uma pesquisa que busca compreender as formas de abordagens do ensino de álgebra e identificar as abordagens pedagógicas empregadas pelo professor para a formalização desse ensino. Para esse estudo, será aplicada uma entrevista semi-estruturada relacionada ao ensino da álgebra e um roteiro de atividades, que posteriormente constituirão os instrumentos de análise utilizando a mobilização das diversas representações semióticas. Esta pesquisa será realizada com os professores da rede pública que lecionam álgebra. O estudo se apoiará nos pressupostos teóricos do filósofo e psicólogo Raymond Duval. Espera-se com esse trabalho, colaborar para o ensino da álgebra e compreender como se dá esse ensino pela mobilização de várias representações desse objeto matemático.

Palavras-chave: Álgebra; Ensino; Registros de Representação Semiótica.

Introdução

Durante a graduação tive dificuldade nas disciplinas de Álgebra Linear e Estruturas Algébricas. Penso que tal fato decorreu da deficiência da aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio.

No segundo semestre de 2013 lecionei em dois colégios estaduais como professora PSS (Processo Seletivo Simplificado do Paraná), em turmas de 7^{os} anos e 2º e 3º ano do ensino médio. Nessas turmas percebi que a maioria dos alunos apresentava dificuldades de aprendizagem referentes ao conteúdo relacionado a álgebra.

Conversando com uma professora da graduação sobre as dificuldades dos alunos e sobre como lidar com isso, ela propôs, para a escrita da minha monografia, uma pesquisa relacionada ao pensamento algébrico e começamos a estudar sobre o assunto.

Durante os estudos, levantei a existência de muitos grupos de pesquisa direcionados a este estudo. Percebi que o meu objeto de estudo era muito mais amplo e complexo do que eu imaginava.

A partir disso, aumentou o interesse em modificar a maneira como a álgebra é apresentada aos alunos. Desse modo, para o desenvolvimento da monografia, fundamentamos nossa pesquisa nas propostas de Cyrino e Oliveira (2011), Canavarro (2007), Lins e Gimenez (1997) e Coxford e Shulte (1995). Como metodologia analisamos atividades propostas por

¹ Universidade Estadual do Oeste do Paraná, e-mail: luanig.lang@gmail.com, orientadora: Dr^a Tânia Stella Bassoi. .

Alvarenga e Vale (2007), Cyrino e Oliveira (2011), Canavarro (2007), Mendes et al. (2010) e de Santos (2008), para o ensino da álgebra. Concluimos que muitas das atividades analisadas podem ser trabalhadas em diferentes formas de abordagens desde a aritmetização da álgebra até o pensamento funcional, dependendo da série em que se encontram os alunos.

Depois de formada, lecionei com turmas do 1º, 2º e 3º anos do ensino médio, e não compreendia como alunos de tais séries tinham tanta dificuldade em generalizar situações matemáticas e manipular símbolos algebricamente. Foi com essa inquietação que resolvi voltar aos meus estudos sobre o ensino da álgebra. A partir disso, surgiu o interesse de fazer o Mestrado, na linha de pesquisa de Ensino em Ciências e Matemática. Entrei no Programa primeiramente como aluna especial e agora como aluna regular almejo continuar tal pesquisa.

Para o projeto do mestrado, escolhemos para fundamentar nossa pesquisa a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida pelo psicólogo e filósofo Raymond Duval.

Problemática

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o ensino de álgebra inicia no 7º ano do Ensino Fundamental, em que se iniciam os conteúdos de Números inteiros, Equações, Razão, Proporção, Regra de três, entre outros. O fato de ser exibida como regra de transformações de expressões e processos de resoluções de equações a faz tornar o grande “terror” dos alunos na Matemática, quando começam a aparecer letras para serem somadas e multiplicadas com números, deixando-os confusos e sem compreensão.

Ponte (2006) ressalta que a álgebra é cercada por uma forte simbolização e que seu ensino é abarcado por um forte simbolismo, mas esta simbolização inicia com a aritmética. Assim, a álgebra apenas amplia e modifica os símbolos existentes. “Novos símbolos: x , y , $<$, $>$, $\{$. Mudança do significado: $=$, $+$. Símbolos para operações abstratas: θ , σ , ω , φ , μ , η , λ ...” (PONTE, 2006, p. 9). No entanto, conforme o autor, ao contrário da aritmética que tem o centro da atenção voltada para os números e suas operações, na álgebra isto não é tão definido.

Segundo Booth (1995), a álgebra causa muita confusão e sentimentos negativos nos alunos, essas atitudes podem estar relacionadas à importância que os professores dão

apenas às respostas das atividades, notação convencional obrigatória e falta de compreensão dos significados dos símbolos.

Lins e Gimenez (1997) afirmam que um fracasso em álgebra significa um fracasso absoluto na escola e apontam que um dos principais obstáculos a este aprendizado é que “a álgebra escolar representa o mais severo corte (momento de seleção) da educação matemática escolar” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 9). Segundo estes autores, os professores não percebem que ocorre uma ruptura de significados nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico e que esse “processo é mais complexo do que pode parecer” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 25), exigindo, do ponto de vista cognitivo do aluno, para esta mudança a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático. De acordo com DUVAL (2009), essa mudança “não têm nada de evidente e espontâneo para a maior parte dos alunos e dos estudantes.” (p. 18).

Diante destes apontamentos teóricos para o ensino da álgebra e da complexidade da compreensão dos conceitos matemáticos, Duval (1995, 2004, 2009), em suas pesquisas, aponta a necessidade da mobilização de vários registros de representação na matemática. Bem como afirmado anteriormente, para este autor essa mobilização não é um fenômeno evidente e nem espontâneo. Sendo assim, o envolvimento do professor em sua ação pedagógica é o ponto-chave, pois é ele o responsável por fazer as intervenções necessárias e instigar o aluno a pensar algebricamente, tornando-o capaz de representar e identificar um mesmo objeto matemático de diferentes maneiras.

Justificativa

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná enfatizam a necessidade de mudar o modo como o conhecimento algébrico deve ser trabalhado no contexto escolar, e defende que deva ter “uma abordagem pedagógica que os articule, na qual os conceitos se complementem e tragam significado aos conteúdos abordados.” (PARANÁ, 2008, p. 52).

Entendemos o pensamento algébrico como um modo de pensar matematicamente. No entanto, este pensar matematicamente não implica só em saber fórmulas e aplicá-las, mas está no uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Assim, o pensamento algébrico não se “resume à manipulação de expressões e resolver equações, e sim, envolve as capacidades de

estabelecer generalizações e relações, interpretar situações e resolver problemas”. (Ponte et al, 2008). Desse modo, pode-se observar que o pensamento algébrico é uma forma de representar e dar sentido aos objetos da álgebra, no conjunto da generalização destes objetos.

As pesquisas em Educação Matemática têm afirmado que o ensino da álgebra representa obstáculos ao sucesso em Matemática. De acordo com House (1995), este ensino encontra-se bastante vulnerável, com resultados insatisfatórios em termos de aprendizagem, apesar de possuir grande força e presença no currículo atual. Apresenta como uma das causas a pouca qualificação e o despreparo dos professores e afirma que “a álgebra muitas vezes é um ponto crítico na decisão tomada pelo aluno de continuar ou não estudando matemática. A qualidade do ensino dessa matéria pode influir decisivamente na escolha do aluno” (HOUSE, 1995, p. 7).

Conforme aponta a literatura, Lins e Gimenez (1997), House (1995), Ribeiro e Cury (2015), a álgebra é um dos conteúdos de aprendizagem mais difícil para os estudantes.

Ao falar de Álgebra, é fundamental primeiramente informar como é entendido esse ramo da matemática. Segundo USISKIN (1995, p. 9) “não é fácil definir a álgebra.”, pois como afirmam RIBEIRO e CURY (2015, p. 12) “nem sempre há uma “definição” de álgebra que seja aceita por todos os matemáticos ou educadores matemáticos.”

Usiskin (1995) apresenta diferentes concepções da álgebra escolar, bem próximas as que apresentam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a qual estas concepções estão sempre relacionadas com o uso diferenciado das variáveis.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam que a perspectiva da álgebra como área em que se estudam expressões, equações e regras de transformações ainda é a que prevalece, apesar de tratar-se “de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 8). Outro aspecto é que os símbolos são entendidos como objeto central da álgebra enfatizando uma linguagem algébrica. Entendemos que não podemos desprezar os símbolos, porém, esse destaque exagerado para a linguagem algébrica, de acordo com os autores, com todo esse simbolismo abstrato e a repetição dos exercícios de manipulação acaba tornando a Matemática como um manuseio de símbolos sem significado para o aluno.

Porém, essa perspectiva tem mudado a partir da década de 1980, em que emergiram propostas que buscam caracterizar o pensamento algébrico. Dentre estes pesquisadores temos Lins e Gimenez (1997), Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Cyrino e

Oliveira (2011), entre outros, o qual se pode observar que para eles o pensamento algébrico é uma forma de representar e dar sentido aos objetos da álgebra no conjunto da generalização destes objetos, indo além da capacidade de manipulações com símbolos.

A escolha de ter como objeto de pesquisa o ensino da álgebra se deu devido ao que mostra a citação a seguir, a qual exhibe claramente a confusão que devem causar esses conteúdos matemáticos em que variáveis e incógnitas são apresentadas, sem que o aluno disponha da compreensão dos objetos matemáticos.

Uma das diferenças mais flagrantes entre aritmética e álgebra é, obviamente, a utilização, nesta última, de letras para indicar valores. As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra m , por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar “metros”, mas não para representar o *número* de metros, como em álgebra. (BOOTH, 1995, p. 30).

Para Duval (2009) do ponto de vista cognitivo, a compreensão é orientada pelo modo de acesso aos objetos estudados e o autor ainda afirma que compreender em Matemática, é antes de tudo, reconhecer os objetos matemáticos em suas diferentes representações semióticas, sendo importante que o aluno durante o percurso escolar transite entre as diferentes representações semióticas para um mesmo objeto, para a “compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio” (DUVAL, 2009, p. 20). Segundo este autor, os alunos têm dificuldades em reconhecer, em duas representações diferentes, o mesmo objeto matemático e isto acaba se tornando a razão de muitas dúvidas para eles, ou seja,

Isso limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão. (DUVAL, 2010, p. 21).

Algo considerado por este pesquisador é o uso dos sistemas semióticos para a representação de relações operatórias entre números e letras (variável, incógnita), pois, quando nos reportamos à álgebra, uma questão essencial é a que se refere às funções discursivas e suas respectivas operações cognitivas: a enunciação, a designação e a expansão (DUVAL, 2011). Dentre elas enfatiza-se a função de designação de um objeto.

As operações de designação “*não se constroem de nenhuma maneira da aplicação das regras. Elas devem somente responder a uma exigência de unicidade na designação.*” (DUVAL, 2011, p. 78, itálico do autor). A designação de relações entre números e variáveis, através de operações aritméticas, pode dispor de registros discursivos como a língua natural, a linguagem numérica e a linguagem algébrica, que pertencem ao que

Lotman (1990) chama de semiosfera, que segundo ele, caracteriza-se por um espaço de encontro e de convivência de diversos sistemas semióticos, que está em constante relação com as linguagens.

É por meio da articulação destes sistemas semióticos por meio de léxicos sistemáticos ou associativos, que proporcionará ao aluno uma designação e apreensão do conhecimento, necessárias para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Como exemplo, citamos uma sequência numérica a ser completada e designada por uma sentença matemática: 1, 5, 9, 13, 17, 21, Para completar a sequência o aluno pode empregar a linguagem numérica com léxicos sistemáticos 25, 29, 33, ... ou associativos e sistemáticos combinados:

x	x	x	x	x	...		1	5	9	13	17	...
<u>+4</u>	<u>+8</u>	<u>+12</u>	<u>+16</u>	<u>+20</u>	...	ou ainda	<u>+x</u>	<u>+x</u>	<u>+x</u>	<u>+x</u>	<u>+x</u>	...
5	9	13	17	21	...		5	9	13	17	21	...

A designação do padrão de regularidade, pelos alunos, por meio de uma sentença matemática: “vai de 4 em 4” ou “pula 3” (língua natural e numérica) permite deduzir (por meio da expansão discursiva “a diferença cognitiva entre um raciocínio e uma descrição ou explicação” (DUVAL, 2011, p. 79)) que esse padrão não é de natureza operatória, porque se baseia na sequência numérica.

Já a fala “soma 3” permite deduzir (ato ilocutório, visto que propicia uma interpretação) que esse padrão é de natureza operatória. O padrão de regularidade pode também ser designado através de uma sentença matemática na linguagem algébrica: $y = x + 4$ ou $y - x = 4$, as duas de natureza de tratamento operatório.

Para essa designação do padrão de regularidades, é preciso a identificação das características de caráter qualitativo da sequência, que são essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico e, portanto, para a aprendizagem da álgebra de um ponto de vista cognitivo.

Desse modo, esta proposta de pesquisa procurará compreender como esse ensino se desenvolve para que esse conhecimento matemático seja mobilizado pelos diversos registros de representação semiótica.

Objetivo e Questão de Pesquisa

O objetivo desta pesquisa é compreender as formas de abordagens do ensino de álgebra e identificar as abordagens pedagógicas usadas pelo professor para a formalização desse ensino.

Para tanto, desenvolveremos uma pesquisa com as seguintes questões: *Como os professores de matemática, identificam e mobilizam os objetos matemáticos algébricos como: variável, incógnita? Como selecionam e aplicam atividades algébricas?*

Fundamentação Teórica

O número de pesquisas que tratam dos Registros de Representação Semióticas vem crescendo consideravelmente em nosso país. Segundo COLOMBO, FLORES E MORETTI (2008, p. 43) “a noção teórica proposta por Duval tem sido cada vez mais aprofundada e tem se mostrado profícua para os estudos sobre a aprendizagem da matemática”.

Para Duval (2009) a aprendizagem da matemática favorece a análise e o desenvolvimento de atividades cognitivas, ou seja, essas atividades proporcionam o uso de mais de uma forma de representar um mesmo objeto. Essas representações se dão por meio da linguagem natural, notações simbólicas para os objetos, escritas algébricas, figuras geométricas, diagramas, tabelas, gráficos, etc. O autor chama essas diferentes representações de sistemas semióticos de representação e de expressão, que segundo ele, são requeridas para a conceitualização de objetos matemáticos três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão de registros de representação.

Para esse teórico a representação pode representar o objeto representado apenas quando o sujeito dispõem

[...] de ao menos dois sistemas semióticos diferentes para produzir a representação de um objeto, de uma situação, de um processo... e que eles possam converter “espontaneamente” de um sistema semiótico a outro, mesmo sem perceber as representações produzidas. Quando essas duas condições não são preenchidas, a representação e o objeto representado são confundidos (DUVAL, 2009, p. 38).

De acordo com DUVAL (2009, p. 20) a “compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio” são imprescindíveis, já que os objetos matemáticos só se deixam reconhecer pelas suas representações.

Dessa maneira, o ensino de Matemática deve se orientar na variedade de representações de um objeto matemático e na viabilidade de trocar de representação sempre que necessário,

pois somente por meio da mobilização dessas representações que o aluno poderá conhecer e compreender esse objeto matemático.

Entendemos, a partir disso, a necessidade do professor permitir acesso a diferentes registros de representação semiótica, pois é ele o promotor dessa apropriação pelo aluno. Além do que, concordamos com a ideia de Duval, que destaca a relevância das línguas naturais que cumprem “ao mesmo tempo, funções de comunicação e todas as funções cognitivas.” (DUVAL, 2011, p. 74).

Segundo este autor, fazer uso de uma língua é satisfazer uma dessas duas ações: dizer ou escrever qualquer coisa e entender o que alguém quer dizer ou o que está escrito (DUVAL, 2011). Para tanto, a utilização do discurso pelo professor é necessária para a eficiência do ensino, afinal, é o discurso que delimita a representação.

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa terá uma abordagem qualitativa, que segundo Ludke e André (1986) podemos evidenciar algumas características que nos conduzem a um entendimento mais esclarecedor quanto à pesquisa qualitativa.

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, supõe o contato direto com o ambiente e a situação que está sendo investigada. [...] Os dados coletados são predominantemente descritivos, os dados referentes à pesquisa foram obtidos através das anotações realizadas no diário de campo do professor-pesquisador nos registros escritos dos alunos, tais quais foram transcritos posteriormente. [...] O interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidiana. A análise de dados tende a seguir um processo indutivo, nesta pesquisa, considera-se o processo de significação sobre a álgebra para os alunos (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p.11-12-13).

Conforme a natureza do objetivo e da questão de pesquisa que esta interessada em compreender as formas de abordagens do ensino de álgebra e investigar como esses professores identificam e mobilizam os objetos matemáticos algébricos como: variável e incógnita e, ainda, como selecionam e aplicam atividades algébricas, os sujeitos desta investigação, serão os professores de matemática da rede pública com o maior tempo de ensino de álgebra, do município de Santa Terezinha de Itaipu.

Para coleta de dados, utilizaremos *a priori* como instrumento, uma entrevista semi-estruturada, a qual o professor será entrevistado pela pesquisadora, cuja, respostas serão gravadas e *a posteriori* transcritas. Ainda nesta mesma entrevista, sugerimos algumas

atividades em que o professor resolverá e deverá responder se aplicaria ou não tais atividades e por que.

Após esse processo de entrevista, assistiremos às aulas de álgebra dos professores que nos permitirem. O objetivo de assistir essas aulas se dá ao fato de identificar as formas de abordagens utilizadas pelo professor para formalizar o ensino de álgebra e assim, fazer uma análise desses registros. Utilizaremos na observação dessas aulas que também serão transcritas, além das anotações do diário de campo, a câmera para as filmagens.

Por fim, todos os dados coletados serão organizados para a realização da análise sob os pressupostos da teoria desenvolvida por Duval.

Considerações

As pesquisas produzidas por Duval e por outros pesquisadores que adotam como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica tem mostrado o quanto a mobilização das diversas representações de um objeto matemático tem operado de maneira positiva na aprendizagem dos alunos.

O fato de que os pesquisadores e educadores continuam a se deparar com dificuldades de compreensão e de aprendizagem dos alunos relacionados ao ensino e aprendizagem da Álgebra, os levam a buscar novas alternativas.

Diante disso, a necessidade em explorar as diversas representações de um objeto matemático em sala de aula deve levar o professor a atividades que propiciem aos alunos a mobilização, manipulação e coordenação de diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

Desse modo, os diferentes sistemas semióticos e as operações de designação, permitem colaborar para o desenvolvimento do pensamento algébrico, possibilitando ao aluno um olhar diferenciado para os símbolos, que passarão a ser compreendidos como um instrumento para raciocinar, compreender e comunicar objetos algébricos e não mais apenas como uma memorização, expressando a sua forma de raciocínio de forma escrita e falada.

Nesta perspectiva, espera-se que esse estudo venha a contribuir com as pesquisas que já estão sendo realizadas na área da Educação Matemática no que diz respeito à Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Espera-se ainda, contribuir para o ensino de álgebra e destacar o importante trabalho do professor nesse processo, pois quando utiliza diferentes

representações semióticas permite ao aluno conhecer sobre os objetos matemáticos da álgebra.

Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning.** Journal for Research in Mathematics Education, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da álgebra.** São Paulo. Atual, 1995. p. 23-36.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1998. Disponível em: < <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> >. Acesso em: 01 ago. 2016.

CANAVARRO, A.P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** Universidade de Évora e CIEFCUL. Quadrante, Vol. XVI, Nº 2, 2007.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. In.: **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 29 – jan./jun. p. 41-61, 2008. Disponível em: < <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2397/2159> > Acesso em: 10 ago. 2016.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. **Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal.** Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 24, p. 97-126, 2011.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissagens Intellectuels): (fascículo I) / Raymond Duval. Trad. LEVY, L. F.; SILVEIRA, M. R. A. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In.: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas – São Paulo: Papyrus Editora, 2010.

_____. Ver e ensinar a matemática de outra forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. In.: CAMPOS, T. M. M. (Org). Trad. DIAS, M. A. São Paulo: PROEM Editora, 2011.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In.: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org). **As ideias da álgebra.** São Paulo. Atual, 1995. p. 1-8.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI.** Campinas: Papyrus, 1997.

LOTMAM, Y. M. **The universe of the mind: a semiothic theory of culture.** Trad. Ann Shukman. Londres: I. B. Tauris & Co. LTD, 1990.

LÜDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática.** Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In.: I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função.** 1ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A.P. (Org); Traduzido por DOMINGUES, H. H. **As ideias da álgebra.** São Paulo. Atual, 1995. p. 9-22.