

Estado da Arte das pesquisas realizadas no estado de São Paulo acerca de números fracionários entre os anos de 2000 e 2016

Monique Lopes dos Santos Dias¹

GD2 – Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa em desenvolvimento do curso de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, da PUC-SP, que está embasada em estudos teóricos, em experiências oriundas das aulas do próprio curso, além de contribuições do grupo de pesquisa PEAMAT (Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática), da PUC-SP. Nossa pesquisa tem o objetivo de revisitar a literatura brasileira, no que concerne aos trabalhos acadêmicos realizados pelas universidades do estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, quanto ao tema “números fracionários”, em seus diversos aspectos: conceito, operações com tais números e análise de materiais didáticos. Com relação aos procedimentos metodológicos, por se tratar de uma pesquisa do tipo *estado da arte*, definiremos o *corpus* de análise, de acordo com critérios e categorias, a fim de selecionarmos as pesquisas garantindo a aproximação de nossa área de interesse, de modo a investigar semelhanças, diferenças, contribuições e possíveis deficiências acerca do objeto matemático estudo. Pelo caráter bibliográfico da pesquisa, pretendemos trazer contribuições para a área da Educação Matemática, por meio da sistematização dos estudos já realizados, o que poderá enfatizar as contribuições para o saber matemático e propor novas pesquisas para sanar as lacunas apresentadas nos resultados das análises.

Palavras-chave: estado da arte; números fracionários; operações com números fracionários; números fracionários em materiais didáticos.

Introdução

Embora o conceito de números fracionários² seja bastante explorado pela comunidade científica, é notória a necessidade de constantes pesquisas no tema, visto que tal conceito ainda é fonte de grandes dificuldades e incompreensões para alunos e professores, como pode ser comprovado pelo baixo desempenho dos estudantes nas avaliações, inclusive nas nacionais, em relação às questões que abordam direta, ou indiretamente, esse objeto matemático.

Além disso, é quase unânime a inquietude e o receio dos docentes quando se deparam com o ensino desses números, o que pode ser uma das justificativas para algumas dificuldades apresentadas pelos alunos, não sendo, porém, a única.

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e-mail: moniquemlsd@hotmail.com, orientadora: Dr. Maria José Ferreira da Silva.

² Explicaremos ainda na introdução o que entendemos por números fracionários.

Somadas às dificuldades que emergem das avaliações, destacamos em nossa experiência docente, situações rotineiras nas quais os alunos tendem a vislumbrar os números fracionários como dois números naturais separados por um “traço”, sem terem a compreensão de que, na verdade, representam um novo conjunto numérico, diferente daquele usualmente utilizado por eles: o conjunto racional, frente ao conjunto natural.

Por essas inquietudes e observações, optamos por dar continuidade à nossa primeira pesquisa (no curso de Especialização em Educação Matemática), que investigou como os livros didáticos de 4º ano do Ensino Fundamental abordavam o conceito de números fracionários e como era proposta a mobilização dos registros de representação semiótica (proposto por Raymond Duval), para a introdução desse conceito, por entendermos que os livros são o principal instrumento utilizado por muitos professores na sala de aula, senão, o único.

Com os resultados de nossas análises, pudemos concluir que o conceito é abordado por estudiosos, pesquisadores e por materiais didáticos, a partir de diferentes óticas, o que nos apresentou indícios para a necessidade de novas pesquisas, de modo a compreendermos tais perspectivas, correlacionando aspectos comuns e ressaltando divergências evidentes.

Em virtude dos diferentes enfoques atribuídos a esses números, recorreremos a Silva (2005) quando a autora apresenta a definição de fração como elemento integrante de uma estrutura algébrica, conforme Hernstein (1970):

O corpo de frações de um anel de integridade: Recordemos que todo anel de integridade é um anel comutativo D com a propriedade adicional de não possuir divisores de zero, isto é, se $ab=0$ para certos $a, b \in \mathbb{R}$, então pelo menos a ou b é necessariamente zero. O anel dos inteiros é, evidentemente, um exemplo padrão de um anel de integridade. O anel dos inteiros possui a característica atraente de que podemos estendê-lo para o conjunto dos racionais, que é um corpo. Podemos efetuar uma construção semelhante para anel de integridade? (Ibid, p. 122-123 apud SILVA, 2005, p. 53).

Para responder a tal indagação, Hernstein (1970) utiliza a demonstração do seguinte teorema: “*todo anel de integridade pode ser imerso num corpo*”:

Demonstração. Antes de proceder formalmente com os detalhes da demonstração, tomemos um ponto de vista informal do problema. Seja D nosso anel de integridade; em termos não rigorosos, o corpo que procuramos deve ser constituído de todas as frações $\frac{a}{b}$ onde $a, b \in D$ e $b \neq 0$. Evidentemente, em D , $\frac{a}{b}$ pode muito bem não ter sentido. O que devemos exigir destes símbolos $\frac{a}{b}$? Evidentemente, precisamos ter uma resposta às três perguntas seguintes: (1) Quando é $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$? (2) O que é $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$? (3) O que é $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$? Para responder (1), nada mais natural do que afirmar que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se, e somente se, $a \cdot d = b \cdot c$. Quanto a (2) e (3), por que não deixar óbvio, isto é, definir $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ e $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? De fato, no que se segue faremos destas considerações nosso guia. Portanto,

deixemos de heurística e entremos no domínio da matemática, com definições precisas e deduções rigorosas. (Ibid, p. 124 apud SILVA, 2005, p. 54).

Em continuidade, sendo F um corpo de frações e D um anel de integridade, Hernstein (1970) conclui que “ F é usualmente denominado o corpo de frações de D . No caso particular em que D é o anel dos inteiros, o F assim construído é, evidentemente, o corpo dos números racionais” (Ibid, p. 125 apud SILVA, 2005, p. 54).

Considerando tal demonstração, se todo corpo é um anel de integridade, então os conjuntos numéricos \mathbf{Q} , \mathbf{R} e \mathbf{C} são corpos e, por isso, também podemos construir o corpo das frações desses anéis, o que nos permite afirmar que podemos relacionar frações aos números racionais, reais e complexos, como é o caso, de $\frac{\sqrt{3}}{2}$, por exemplo. Esse tipo de fração (não racional) esbarra na crença de muitos professores que afirmam, categoricamente, que o conjunto dos racionais é conjunto das frações, o que é equivocado, como já demonstrado anteriormente.

Diante dos percalços em relação a esse conceito, concordamos com Silva (2005) quando a autora destaca que:

Assim, no intuito de distinguir o objeto de suas representações e, de adotar um termo que não deixe dúvidas e que seja, suficientemente, abrangente, utilizaremos o termo números fracionários para indicar aquele que pode ser representado por uma classe de frações, $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ e a e b pertencentes a um anel de integridade. Como, neste trabalho, estamos interessados no Ensino Fundamental, a e b podem ser números reais ou polinômios. (Ibid, p. 55).

Por meio dessa breve explanação, enfatizamos que em nosso trabalho, utilizaremos a definição de números fracionários, conforme Silva (2005).

Sendo assim, diante da multiplicidade de entendimentos circundando o mesmo objeto matemático, iniciamos nossas indagações sobre o que já foi produzido no cenário brasileiro, acerca desses números, que contribuições emergiram desses trabalhos e o que ainda não foi estudado nesse campo de pesquisa.

A partir de nossa revisão na literatura, restringimos as leituras às dissertações e teses, visto que há uma grande quantidade de trabalhos que tratam desse tema.

Tínhamos ainda a pretensão de selecionarmos pesquisas produzidas nas cinco regiões brasileiras, o que não foi possível devido à quantidade e ao tempo necessário para o desenvolvimento e conclusão de nossa dissertação. Decidimos, então, traçar uma retrospectiva das pesquisas realizadas no estado de São Paulo em um período específico.

Após os ajustes necessários, delineamos a questão de pesquisa que direcionará os objetivos de nossa investigação: *Quais as principais contribuições das pesquisas realizadas no*

estado de São Paulo, entre os anos de 2000 e 2016, no que diz respeito aos números fracionários, e que possíveis lacunas ainda são apresentadas nesses trabalhos, quanto ao tema?

Pretendemos, portanto, mapear, sistematizar, catalogar e analisar as produções realizadas no estado de São Paulo, entre o período acima destacado, para comparar e detectarmos semelhanças, diferenças, contribuições e lacunas, por meio de categorias previamente definidas, bem como embasar futuros trabalhos da Educação Matemática (ou de interessados no assunto), propiciando uma visão mais aprofundada e crítica do que já foi produzido e do que ainda é deficiente nesse campo acadêmico. Possivelmente, seja, também, o pontapé inicial para um futuro doutorado. A seguir será apresentado um esboço do relatório de nossa pesquisa.

No capítulo 1 detalharemos a problemática do trabalho, constituída de justificativa, questão de pesquisa e metodologia utilizada, que, de antemão, podemos afirmar que respeitará os procedimentos metodológicos necessários a uma pesquisa bibliográfica, por se tratar de um estado da arte.

Já o capítulo 2 apresentará a exploração dos números fracionários, a partir das óticas de três importantes pesquisadoras: Nunes (2003), Onuchic (2008) e Silva (2005), por meio de uma comparação entre as diferentes perspectivas, o que subsidiará um dos critérios de análise dos trabalhos que comporão nosso estado da arte.

O capítulo 3 será destinado à apresentação das pesquisas em si. Nele constarão os fichamentos das pesquisas escolhidas, além das análises propriamente ditas, de acordo com critérios e categorias previamente estabelecidos e descritos no capítulo 1.

Por fim, nas considerações finais, esperamos correlacionar as semelhanças, apontar as diferenças e, sobretudo, indicar as contribuições que as pesquisas trazem para o ensino e aprendizagem dos números fracionários, no âmbito da Educação Matemática.

Enfatizamos que, por se tratar de uma pesquisa em desenvolvimento, ao longo do percurso, novos ajustes poderão ser realizados.

Metodologia

Quanto à metodologia e aos procedimentos metodológicos de nossa pesquisa, ressaltamos a definição de Fiorentini e Lorenzato (2012), no que diz respeito ao processo de coleta de dados de pesquisas de caráter bibliográfico:

A pesquisa (*histórico-*) *bibliográfica* ou *de revisão* é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudo compreende tanto os estudos tipicamente teóricos ou estudos analítico-descriptivos de documentos ou produções culturais, quanto os do tipo “pesquisa do *estado da arte*”, sobretudo quando “procura inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento” (Ibid, p. 70 e 71).

Corroborando nossa justificativa, destacamos Romanowski e Ens (2006) quando enfatizam a importância desse tipo de pesquisa:

Os objetivos favorecem compreender como se dá a produção do conhecimento em uma determinada área de conhecimento em teses de doutorado, dissertações de mestrado, artigos de periódicos e publicações. Essas análises possibilitam examinar as ênfases e temas abordados nas pesquisas; os referenciais teóricos que subsidiaram as investigações; a relação entre o pesquisador e a prática pedagógica; as sugestões e proposições apresentadas pelos pesquisadores; as contribuições da pesquisa para mudança e inovações da prática pedagógica; a contribuição dos professores/pesquisadores na definição de tendências. (Ibid, p. 39).

Desse modo, sabemos que por ser um trabalho do tipo *estado da arte*, nossa pesquisa encontra-se no patamar de “inacabada”, visto que a cada ano novas pesquisas são produzidas em todo o país, o que fez com que criemos critérios e categorias para selecionarmos o *corpus* de análise, tendo a convicção de que até a publicação de nossa dissertação, outros trabalhos científicos agregarão à área do conhecimento estudado e que, por isso, necessitarão de novas análises nesse “marco” histórico.

Quanto aos procedimentos metodológicos, conforme já descrito anteriormente, pretendíamos analisar as pesquisas das cinco regiões brasileiras, o que foi se tornando impossível à medida que começamos a leitura dos resumos para a seleção das pesquisas e nos deparamos com uma infinidade de trabalhos. Optamos, então, por selecionar os trabalhos produzidos pelo estado de São Paulo, apoiando nossa escolha no seminário apresentado no dia 03 de outubro de 2016, pelo Prof. Dr. Dario Fiorentini, ao Programa de Pós-Graduação da PUC-SP.

Na palestra, o pesquisador evidenciou a superior quantidade de pesquisas acadêmicas produzidas pelas universidades do estado de São Paulo, em detrimento às outras regiões brasileiras, fato que pode ser comprovado pelos resultados obtidos no projeto “*Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática*”, desenvolvido pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (GEPFPM), com sede na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/ Unicamp).

Embora tenhamos um objeto de estudo diferente daquele investigado por esse projeto, acreditamos que o estado de São Paulo também abarque grande parte das pesquisas acadêmicas que tratam dos números fracionários, pela observação superficial que fizemos na coleta dos trabalhos.

Para termos acesso aos endereços eletrônicos das universidades, seguimos a classificação fornecida pelo site www.universidades.com.br, que distribui as principais universidades, por estado, em cada uma das cinco regiões brasileiras, o que permitirá a seleção dos trabalhos, por meio de palavras-chave em bancos virtuais de teses e dissertações das respectivas universidades. Além disso, utilizaremos repositórios, o portal eletrônico da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o site de busca “Google Acadêmico”, entre outros.

Com relação às palavras-chave, destacamos algumas que favoreceram nossas buscas:

- Frações;
- Números fracionários;
- Números racionais;
- Operações com números fracionários;
- Saberes docentes (dos números fracionários);
- Números fracionários em materiais didáticos.

Além da definição de critérios de busca por palavras-chave, definimos categorias de análises que permitirão perpassar os aspectos necessários para os fichamentos das pesquisas e posteriores comparações. São elas:

- Quais as concepções³ de números fracionários apresentadas nas pesquisas?
- Quais os sujeitos das pesquisas e a metodologia utilizada?
- Quais o (s) objetivo (s) das pesquisas?
- Quais as principais teorias ou referenciais teóricos que embasaram as pesquisas?
- Que contribuições trazem as pesquisas quanto às dificuldades de ensino e aprendizagem dos números fracionários, no que tange alunos e professores?
- Que lacunas emergem desses trabalhos acadêmicos ao se tratar desse objeto matemático?

³ O termo concepção será utilizado em nossa pesquisa segundo a definição de Artigue (1990), como “*um ponto de vista local sobre um dado objeto*”, auxiliando os estudos da didática da matemática, conforme descreve Almouloud (2007).

Considerando que um dos critérios de análise trata das concepções de números fracionários, apresentaremos uma breve consideração acerca dessas concepções, conforme o olhar de três pesquisadoras.

As concepções de números fracionários

Entendendo a importância de compararmos algumas óticas diferenciadas quanto às “categorias” (que preferimos denominar por *concepções*, como já exposto nesse trabalho) que os números fracionários assumem, optamos por embasar essas comparações em três pesquisadoras bastante referenciadas em trabalhos científicos que tratam desses números: Nunes (2003), Onuchic (2008) e Silva (2005).

Inspirada nos estudos de Kieran (1988), Nunes (2003) afirma que “*uma aprendizagem do conceito de fração poderá ser obtida com maior êxito quando esse conceito é trabalhado a partir de cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo*” (CAMPOS et al, 2006, p. 127). De forma sucinta, explicaremos tais classificações de *significados*, apoiando-nos em Campos et al (2006):

- *Significado número*: quando as frações são números que não se referem a quantidades específicas. Por exemplo, exercícios que propõem a escrita do número $\frac{1}{2}$ na forma decimal.
- *Significado parte-todo*: remete à ideia de partição de um todo em n partes iguais. Ou seja, cada parte do inteiro pode ser representada por $\frac{1}{n}$. As situações em que consideramos partes pintadas em uma figura dividida em partes iguais caracteriza esse tipo de significado.
- *Significado medida*: situações em que as medidas envolvem frações, por se referirem a quantidades intensivas, ou seja, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, situações que envolvem o cálculo de probabilidade, além das situações de medições, em si.
- *Significado quociente*: ideia de uma divisão e seu resultado. Por exemplo, uma situação em que uma pizza será repartida igualmente para quatro crianças.
- *Significado operador multiplicativo*: semelhante ao número inteiro, a fração pode ser vista como um valor a ser aplicado a uma quantidade. Uma situação na qual um

menino ganha $\frac{2}{5}$ de um saco com 20 balas elucidando o significado operador multiplicativo.

Em consonância, Silva (2005) também utilizou os aportes de Kieran (1988), mas acrescentou as contribuições de Post, Behr e Lesh (1982) com relação às concepções desses números:

Por várias razões os conceitos de números fracionários estão entre os mais importantes conceitos que a criança experienciará durante seus anos pré-secundários. [...] Sob uma perspectiva psicológica a compreensão de número racional proporciona um solo rico no qual as crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias para continuar seu desenvolvimento intelectual. De um ponto de vista matemático, a compreensão de um número racional é a fundação sobre a qual as operações algébricas básicas apoiar-se-ão mais tarde. (Ibid, p. 1, tradução nossa apud SILVA, 2005, p. 102, 103).

Dessa forma, destacamos que concordamos com as *concepções* propostas por Silva (2005), brevemente explicadas a seguir:

- *Concepção parte-todo*: consiste na ação de dividir grandezas contínuas (comprimento, área, etc.) em parte equivalentes, ou dividir grandezas discretas (coleções de objetos) em partes iguais em quantidade de objetos. Por exemplo, um retângulo que foi dividido em duas partes iguais, na qual uma delas foi pintada.
- *Concepção de medida*: remete às tarefas de medições, nas quais os números naturais são insuficientes para representar tais medidas. Nessa concepção, há a manipulação de um padrão, chamado de unidade de medição que dependerá da grandeza em questão. Determinar medidas em segmentos de reta, divididos em partes iguais, por exemplo.
- *Concepção de quociente*: geralmente estão associadas à distribuição de grandezas. Dividir, por exemplo, três chocolates para cinco crianças.
- *Concepção de razão*: geralmente a concepção de razão não permite a ideia de partição. Ela remete à ideia de comparação entre medidas de duas grandezas, como nas situações de proporcionalidade, por exemplo.
- *Concepção de operador*: nesse caso a fração atua como algo que modifica uma quantidade, atuando sobre ela e produzindo uma nova quantidade. Remete à compreensão da operação de multiplicação entre números fracionários. Por exemplo, quantos alunos correspondem a $\frac{3}{5}$ de uma classe com 35 alunos?

Por fim, apresentamos as ideias de Onuchic (2008) que trata das *personalidades* dos números racionais, inspirada em Ohlsson (1991). A autora destaca que para compreender o

significado dos “números racionais” é necessário considerar a teoria matemática à qual eles estão submetidos, às situações do mundo em que aplicamos tais números e as relações entre a teoria matemática e tais situações. Considerando, então, que a realidade tem grande influência, Onuchic (2008) propõe problemas oriundos das *personalidades* dos racionais, que tentaremos sintetizar:

- *Ponto racional*: “localização dos números $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{7}{8}$ numa reta numérica”. Todo número racional ocupa um lugar definido na reta numérica.
- *Quociente*: “duas pizzas devem ser divididas igualmente entre sete pessoas”. Nesse caso, um número de objetos deve ser repartido num determinado número de pessoas.
- *Fração*: tal personalidade aparece de problemas do tipo “quero cortar em pedaços de 3 metros, um tecido que mede 15 m de comprimento”. Nesse momento, surge uma situação de *medida*.

Outro problema comum para representar a *personalidade fração* é o de três amigos que levaram quantidades diferentes de sanduíches para um piquenique. Um deles levou três, o outro, dois e o terceiro, nenhum sanduíche. Mas resolveram juntar os sanduíches e reparti-los entre si. Nesse instante, é evidenciada a personalidade *parte-todo*.

- *Operador*: essa personalidade é semelhante à ação de “encolher, esticar, reduzir ou ampliar”. Por exemplo, representar geometricamente, a fração $\frac{2}{3}$.
- *Razão*: essa *personalidade* é evidenciada em problemas do tipo: adicionar misturas de água e álcool de duas jarras, às razões de $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{7}$, respectivamente.
- *Proporcionalidade*: problemas que exigem a comparação multiplicativa entre duas grandezas exemplificam essa *personalidade*. Por exemplo, se com 3 dólares compramos duas libras esterlinas, com 21 dólares é possível comprarmos quantas libras esterlinas?

Como pudemos observar, muitas são as perspectivas de estudiosos da área, enfatizando, porém, que concordamos com as concepções propostas por Silva (2005) por entendermos que traduzem, de maneira mais eficaz, os números fracionários.

Considerações finais

Apresentamos nesse trabalho, um estado parcial de nossa dissertação, apontando nossos objetivos e pretensões com essa pesquisa acadêmica.

Embora existam inúmeras pesquisas que tratam dos números fracionários, nosso intuito é de investigar, essencialmente, quais contribuições emergiram dessas pesquisas, bem como detectarmos possíveis lacunas nesse campo acadêmico, o que permitirá a possibilidade de nossas pesquisas nessa área do conhecimento.

E ainda que nossa pesquisa esteja iniciando a fase de fichamento dos trabalhos parcialmente selecionados, apresentamos, no quadro 1, uma pequena amostra das pesquisas que já constituem nosso *corpus* de análise.

Quadro 1: Pesquisas realizadas em SP, entre 2000 e 2016, que tratam dos números fracionários

Título da Pesquisa	Autor, ano e instituição
Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos	CATTO, G. G. (2000); PUC-SP
Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para sala de aula	BEZERRA, F. J. B. (2001); PUC-SP
O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5 ^a e 6 ^a séries do Ensino Fundamental	MERLINI, V. L. (2005); PUC-SP
Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4 ^a a 8 ^a séries do ensino fundamental	MOUTINHO, L. V. (2005), PUC-SP
Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal	RODRIGUES, W. R. (2005); PUC-SP
Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série	SILVA, M. J. F. (2005); PUC-SP
Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental	DAMICO, A. (2007); PUC-SP
O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise de formação continuada de um grupo de professoras das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações	GARCIA, A. F. (2007); PUC-SP
O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo	TEIXEIRA, A. M. (2008); PUC-SP
Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo estado de São Paulo após a nova proposta curricular	MALHEIRO, D. M. (2011); PUC-SP

Referências

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Edição atualizada. Curitiba : Ed. UFPR, 2007.
- CAMPOS, T. M. M. ; MAGINA, S. ; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.8, n.1, p. 126-136, jan./jun. 2006.
- FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: Percursos teóricos e metodológicos. 3ª edição. Campinas – SP : Autores Associados, 2012.
- FIORENTINI, D. ; GRANDO, R.C. ; CRECCI, V. M. ; LIMA, R. C. ; COSTA, M. C. O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA COMO CAMPO DE ESTUDO : Uma introdução ao Estado da Arte da Pesquisa. In : Fiorentini, Passos & Lima (2016). **Mapeamento e estado da arte da pesquisa Brasileira sobre o professor que ensina matemática**, FE/ Unicamp.
- ONUCHIC, L. R; GOMES ALLEVATO, N. S. As Diferentes ‘Personalidades’ do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, Brasil, v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.
- ROMANOWSK, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo ‘Estado da Arte’ em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v.6, n 19, p. 37 - 50, set./ dez. 2006.
- SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 301 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC – SP, São Paulo, 2005. Disponível em <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/10923>> Acesso em: 10 out. 2016.