

Discutindo o Ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis: Contribuições do GeoGebra 3D para a Aprendizagem

Márcio Antônio Cometti¹

GD 4º – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo do trabalho. O presente trabalho apresenta uma pesquisa em andamento desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, cujos objetivos são identificar e analisar as possíveis contribuições de sequências didáticas utilizando o GeoGebra 3D para os processos de ensino e aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis. Outro objetivo importante é investigar o Ensino de Cálculo de Várias Variáveis, mais precisamente, o ensino de Integrais Múltiplas, no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior, apoiado no uso das tecnologias disponíveis. Inicialmente, apresentamos uma breve introdução, contendo algumas dificuldades dos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo; na sequência, discutimos algumas questões relacionadas à utilização de Tecnologias no Ensino de Cálculo, destacando especificamente o uso do GeoGebra; por fim, apresentamos as diretrizes gerais da pesquisa, como a questão de investigação, os objetivos e a metodologia de pesquisa.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo de Várias Variáveis; GeoGebra 3D; Educação Matemática no Ensino Superior.

1. As dificuldades no Ensino e Aprendizagem de Cálculo

As disciplinas de Cálculo estão presentes em diversos cursos superiores. Muitas vezes, elas demonstram ser uma pedra no sapato de muitos estudantes que ingressam nessa modalidade de ensino, como por exemplo, nos cursos de Matemática, Engenharias e demais cursos que possuem essas disciplinas em suas grades curriculares. Lachini (2001) confirma esse fato, ainda que considere o Cálculo como a linguagem do paradigma científico e como instrumento primordial de pensamento para as mais variadas áreas do conhecimento, sendo dessa forma colocado como matéria de grande importância e obrigatória em variados cursos de graduação.

Esse status de importância que as disciplinas de Cálculo possuem dentro dos cursos onde estão inseridas, condiciona muitas vezes certo temor por parte dos estudantes, pois

¹ Universidade Federal de Ouro Preto, e-mail: marciocometti@hotmail.com, orientador: Dr. Frederico da Silva Reis.

são essas disciplinas que irão dar a eles, as ferramentas necessárias para seu desenvolvimento durante o desenrolar do curso. Dessa forma, podemos citar dois objetivos principais nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo: “habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade; [...] estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias do Cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas” (LACHINI, 2001, p. 147).

Recorrentemente, diversos autores (BARUFI, 1999; LACHINI, 2001; REZENDE, 2003; NASSER, 2007; LAUDARES, 2007; REIS, 2009; BARBOSA, 2009; IGLIORI, 2009) da comunidade da Educação Matemática no Ensino Superior têm se mostrados preocupados com os problemas de ensino e aprendizagem nas disciplinas de Cálculo; e muito se têm pensado e discutido sobre esse objeto de estudo, a partir de várias perspectivas teóricas, gerando contribuições significativas para tentar sanar tais problemas. Essa preocupação se justifica segundo Iglori (2009, p.13), “pelo fato do Cálculo constituir-se um dos grandes responsáveis pelo insucesso dos estudantes quando pela sua condição privilegiada na formação do pensamento avançado em Matemática”.

Os índices de reprovação e evasão dos estudantes matriculados nas disciplinas de Cálculo são enormes, nos cursos em que elas estão presentes, tanto em universidades privadas como públicas. Barufi (1999) e Rezende (2003) são pesquisadores que se preocuparam com o baixo aproveitamento dos estudantes nas disciplinas de Cálculo, mas apontam que não é um problema somente das Instituições de Ensino Superior do Brasil. Essa perspectiva tal qual o Cálculo é colocada, leva-nos a pensar no que acarreta tal insucesso dos estudantes nessa disciplina; e indo um pouco mais além, remete-nos a pensar também o que fazer para acabar ou atenuar as dificuldades existentes nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo.

Um movimento intitulado *Calculus Reform*, na década de 1980, mostrou uma preocupação mundial com o fracasso em Cálculo e também com a dificuldade de fazer com que os estudantes compreendam os procedimentos e conceitos dessa disciplina. Esse movimento procurou reformar o ensino de Cálculo, principalmente em direção ao uso de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem:

Uma das características básicas desse movimento é o uso da tecnologia, aqui entendida como programas computacionais específicos e calculadora gráfica tanto para o aprendizado de conceitos quanto para resoluções de problemas. Todas as atividades são baseadas na chamada “Regra dos Três”, isto é, todos os

problemas devem ser abordados numericamente, geometricamente e analiticamente, estimulando a interlocução das várias representações matemáticas. (LUZ, 2011, p.7)

Dessa maneira, muitos pesquisadores buscaram entender o insucesso dos estudantes em Cálculo. As causas levantadas são as mais variadas possíveis. Segundo Fonseca (2012):

É fato que, apesar da reconhecida importância da disciplina de Cálculo nos currículos, muitos são os problemas com o seu ensino: aulas extremamente expositivas e formais; apresentação de uma Matemática pronta, levando os alunos à memorização de fórmulas; resolução de múltiplos exercícios, resultando em um processo mecânico de aprendizagem; alunos com defasagem na aprendizagem dos ensinamentos fundamental e médio, comprometendo a habilidade de abstração; dificuldade de operações com o infinito; pouco entendimento do conceito de limite e de convergência. (FONSECA, 2012, p. 43)

Esses problemas levantados pela pesquisadora são comumente identificados por professores de Cálculo dentro da sala de aula e também por outros pesquisadores em seus relatos de pesquisas. Frota (2006, p.2) relata ainda que “a sala de aula de Cálculo tem sido afetada por fatores decorrentes, em parte, de um ensino universitário de massa: excessivo número de alunos, grande parte desmotivada, ou apresentando lacunas na formação matemática básica”.

Levantamos até o momento problemas apenas relacionados ao perfil dos alunos, mas não podemos deixar de descartar outros condicionantes que agravam tal situação, como “a forma tradicional de ministrar a disciplina até a falta de motivação por parte de professores” (CATAPANI, 2009, p. 49). Podemos ainda destacar Rezende (2003) que aponta um conflito pedagógico existente entre o que o professor pede para o aluno e o que o professor de fato faz em sala de aula: “Se nas aulas propriamente ditas o que prevalece são as demonstrações, nas avaliações o que se pede em geral é a técnica, os cálculos de limites, de derivadas, de antiderivadas e integrais” (REZENDE, 2003, p. 13).

Oportunamente, Reis (2001) defende que muitas dificuldades na disciplina de Cálculo estão relacionadas à prática pedagógica, a qual é um ponto crucial e que deve ser levado em consideração. Muitos professores abordam o conteúdo dessa disciplina praticamente de forma igual em diferentes cursos, não levando em conta os anseios profissionais dos estudantes:

A prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão do papel fundamental do Cálculo Diferencial e Integral

na formação matemática de seus alunos. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do aluno, o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos e metodologias estabelecer, enfim, que prática pedagógica desenvolver. (REIS, 2001, p. 23)

Diante desses inúmeros problemas relatados, é evidente que alternativas para saná-los também são apontadas por diversos autores que, como já dissemos, mostram-se preocupados com a problemática que se apresenta no âmbito do Ensino Superior. Rocha (2010, p. 31) identificou algumas possibilidades de contribuições para o ensino de Cálculo, tais como: “a modelagem matemática, o uso da história e a informática como algumas dessas perspectivas / possibilidades de abordagem do Cálculo. Alertam também, para as rotinas das aulas e a relação professor-aluno como pontos que precisam ser revistos para a efetivação da proposta”.

Dentre essas alternativas propostas, uma tendência que vem ganhando força e apresentando inúmeras contribuições significativas para os problemas relacionados ao ensino e aprendizagem de Cálculo, é o uso das tecnologias. Cada vez mais se tem discutido as práticas de ensino voltadas para o uso de tecnologias para auxiliar a aprendizagem. Diante dessa perspectiva, faz-se importante analisarmos e compreendermos essa abordagem como uma possível tentativa de resolver alguns problemas.

2. O uso de Tecnologias no Ensino de Cálculo

É evidente que a sociedade na qual estamos inseridos está cada dia mais dependente dos recursos tecnológicos. Dessa forma, é inevitável que a Educação sofra a influência desses recursos. Silva (2010, p. 267) aponta que as mais variadas formas de tecnologias destinadas à informação e à comunicação são um ponto importante de transformação, “fazendo com que sejam alteradas as mais diversas culturas sociais, as maneiras de viver de cada um, relacionamentos, aprendizagem e principalmente o ato de ensinar”.

Diante desse fato, cada vez mais se tem observado inúmeras pesquisas envolvendo as Tecnologias de Informação e Comunicação especificamente em Educação Matemática. São as chamadas TICEM – Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação Matemática. A tendência é que as essas tecnologias se tornem uma realidade no meio escolar. Villarreal (1999) explicita que, diante da necessidade de novas atividades, a

introdução de tecnologias no meio escolar é evidente; e, conseqüentemente, a constante evolução e crescimento dessas ferramentas tecnológicas possibilitam aos professores, novas perspectivas de ensino. Marim (2011) destaca que:

A capacidade técnica das máquinas possibilita planejar atividades de ensino antes impensáveis com o uso de lousa e giz. Para o ensino de Matemática, por exemplo, há vários *softwares* que permitem explorar os conceitos de Matemática de uma forma mais dinâmica e detalhada. (MARIN, 2011, p. 527)

Por outro lado, Zhuchi (2009) destaca que essa integração das TICEM com o ambiente escolar não é um trabalho fácil, apontando a complexidade dessa interação, principalmente em encontrar e organizar seqüências didáticas que auxiliem o professor em sala de aula, diante da constante modernização desses recursos.

Nas disciplinas específicas de Cálculo, essas tecnologias disponíveis podem se tornar ferramentas potencializadoras nos processos de ensino e aprendizagem. Cunha (2014, p. 55) relata que “o uso da tecnologia no ensino de Cálculo amplia as possibilidades de trabalhar atividades por diferentes representações, tais como tabelas, gráficos, expressões algébricas de forma rápida e articulada”. Dessa forma, a presença de tecnologias oferece a oportunidade de observar processos de construção de conhecimento que não são vistos em outros ambientes de aprendizagem (VILLAREAL, 1999). Ainda se observa que muitas questões são levantadas pela comunidade de Educação Matemática quanto à sua utilização: Como essas tecnologias podem contribuir de forma positiva para o ensino e a aprendizagem de Matemática? Em específico para o ensino de Cálculo? Como deve ser a utilização desses recursos? Qual o melhor caminho pedagógico para utilizar essas ferramentas?

Essas questões fomentam inúmeros debates no meio acadêmico. Recorrentemente, muitas opiniões são apresentadas sobre o uso desses recursos tecnológicos em prol de uma aprendizagem realmente significativa. Dessas discussões, observa-se que cabe a comunidade acadêmica repensar suas práticas de ensino, incorporando esses instrumentos tecnológicos, mirando o professor como alvo central para uma mudança de atitude perante as TICEM e fazendo com que essas sejam parte integrante dos processos de ensino e aprendizagem.

Os *softwares* disponíveis para auxiliar o ensino de Cálculo despertam interesses tanto de professores quanto de alunos, pois são objetos de ensino que potencialmente

podem romper a barreira existente entre as práticas tradicionais de ensinar Cálculo e o uso da tecnologia. Observa-se que esses recursos tecnológicos objetivam investigar e construir conceitos, fazer Matemática e, principalmente, compreender as soluções numéricas. Ricaldoni (2014) levanta aspectos importantes em relação ao uso de *softwares* e a prática do professor:

O computador, em particular, deve ser utilizado como uma ferramenta na construção do conhecimento matemático, um facilitador no entendimento e construção de conceitos. Então, cabe ao professor, a sua própria formação na área e, certamente, o desenvolvimento de novas habilidades, além do conhecimento de *softwares* que possibilitem uma boa utilização das TICEM. (RICALDONI, 2014, p. 45)

Assim, acredita-se que as tecnologias disponíveis, principalmente para o ensino de Cálculo, ajudam na transformação do modo de pensar, pois reorganizam os processos de ensino e aprendizagem. Os estudantes, quando direcionados de maneira correta diante do uso de tecnologias em práticas educativas, atuam de forma consistente, possibilitando novos desafios cognitivos estabelecidos por processos de investigação. Borba e Penteado (2012) destacam:

Os computadores [...] reorganizam o pensamento. A visão de pensamento aqui adotada inclui a formulação e resolução de problemas e o julgamento de valor de como se usa um dado conhecimento. Entendemos que não há apenas uma justaposição de técnica e seres humanos, como se a primeira apenas se juntasse aos últimos. Há uma interação entre humanos e não humanos de forma que aquilo que é um problema com uma determinada tecnologia passa a ser uma mera questão na presença de outra. (BORBA e PENTEADO, 2012, p. 49)

Os *softwares* disponíveis para utilização nas disciplinas de Cálculo são muitos e cada um possibilita atingir objetivos variados nos processos de ensino e aprendizagem. Um deles é o GeoGebra, sobre o qual discutiremos suas potencialidades a seguir.

3. A utilização do GeoGebra no Ensino de Cálculo

O GeoGebra é um *software* gratuito, com premiações internacionais pela sua contribuição no estudo da Matemática. Criado pelo Prof. Dr. Markus Hohenwarter da *Flórida Atlantic University*, em 2001, o GeoGebra é um *software* de Matemática dinâmica para ser utilizado em escolas de Educação Básica e no Ensino Superior, que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Segundo Hohenwarter (2007), idealizador do software, “a

característica mais destacável do GeoGebra é a percepção dupla dos objetos: cada expressão na janela de Álgebra corresponde a um objeto na zona de gráficos e vice-versa”.

As versões mais recentes desse software apresentam uma janela de visualização 3D. Essa versão 3D foi disponibilizada em 2013 para teste e finalizada em 2014, embora esteja em constante atualização. Essa janela de visualização possibilita a exibição tridimensional de objetos matemáticos, os quais muitas vezes são praticamente impossíveis de serem desenhados à mão livre, em sala de aula. Ela traz também ferramentas adicionais para essa função, permitindo a manipulação dos objetos construídos, sendo possível movê-los sem alterar suas propriedades, o que significa poder explorar uma gama maior de conteúdos matemáticos com essa tecnologia.

Especificamente em disciplinas de Cálculo, o GeoGebra tem sido objeto de muitas pesquisas em vários conteúdos. Podemos verificar esse fato em pesquisas envolvendo Limites e Continuidades (ROCHA, 2010; ALVES, 2010; MOURA, 2014), Séries e Sequências (FONSECA, 2012), Derivadas (GONÇALVES, 2012; GRANDE, 2013; PINTO, 2014; CUNHA, 2014; MARTINS JUNIOR, 2014; RICALDONI, 2014; ALVES, 2014; LOPES, 2015), Integrais (VOGADO, 2014; NASSARELA, 2014; REIS, 2015; BEZERRA, 2015).

Assim, o GeoGebra 3D se credencia como uma ferramenta tecnológica com enormes potencialidades para os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos de Cálculo.

4. Apresentando a Nossa Pesquisa

A pesquisa que estamos desenvolvendo no Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP está delineada da seguinte forma:

4.1 Questão de Investigação

Quais são as possíveis contribuições de sequências didáticas com a utilização do *software* GeoGebra 3D para os processos de ensino e aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis?

Tal questão de investigação se enquadra na linha de pesquisa de Educação Matemática no Ensino Superior, desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto – Linha de Pesquisa 1: Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática.

4.2 Objetivos

Em nossa pesquisa, assumiremos como hipótese de trabalho que a utilização de *softwares* matemáticos pode contribuir para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, a partir da visualização de regiões de integração, de superfícies e de sólidos relacionados a Integrais Múltiplas.

4.2.1 Objetivo Geral

- Identificar e analisar as possíveis contribuições de sequências didáticas utilizando o GeoGebra 3D para os processos de ensino e aprendizagem de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis.

4.2.2 Objetivos Específicos

- Investigar o Ensino de Cálculo de Várias Variáveis, mais precisamente, o ensino de Integrais Múltiplas, no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior, apoiado no uso das tecnologias disponíveis;

- Elaborar, aplicar e avaliar sequências didáticas com o *software* GeoGebra 3D, relacionadas a construção de superfícies e sólidos, para o ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis;

- Apresentar um conjunto de sequências didáticas com o *software* GeoGebra 3D, sob a forma de Produto Educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática, que possa contribuir para a prática docente de Professores de Cálculo de Diferencial e Integral.

5. Metodologia de Pesquisa

A metodologia prevê a realização de uma Pesquisa Teórico-bibliográfica analisando livros, artigos publicados em congressos e em revistas da área de Educação Matemática, teses e dissertações do banco de dados da CAPES, relacionados à Educação Matemática no Ensino Superior, com foco nas Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática – TICEM no Ensino de Cálculo.

A metodologia também prevê a realização de uma Pesquisa de Campo, no 1º semestre letivo de 2017, com alunos de Engenharia Elétrica, matriculados na disciplina Cálculo III, em uma faculdade particular da região metropolitana de Belo Horizonte – MG, a partir da elaboração, implementação e avaliação de sequências didáticas utilizando o GeoGebra 3D relacionadas a diversos conceitos de Integrais Múltiplas.

6. Conclusão

A avaliação dos resultados da pesquisa será feita de forma processual e contínua. A metodologia a ser utilizada é basicamente qualitativa em seus pressupostos e instrumentos. Após a elaboração e implementação de cada sequência didática, passaremos para sua análise e categorização que consistirá no levantamento das principais dificuldades que os participantes manifestaram na realização das atividades, bem como na avaliação das contribuições para a aprendizagem de Cálculo III (Cálculo de Várias Variáveis), tomando também como base, o Questionário de Avaliação.

Ao final da realização da pesquisa, a partir da observação da interação dos participantes na implementação das sequências didáticas e do conjunto de respostas dadas ao questionário, elaboraremos uma série de considerações na perspectiva de obtenção de respostas à questão de investigação.

Referências

ALVES, D. O. **Ensino de funções, limites e continuidades em ambientes educacionais informatizados**: Uma proposta para os cursos de introdução ao Cálculo. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

- BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.
- BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.
- BEZERRA, C. A. **Proposta de Abordagem para Técnicas de Integração usando o Software GeoGebra**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.
- CATAPANI, E. C. **Cálculo em serviço: um estudo exploratório**. São Paulo: Bolema/Unesp, 2001, ano 14, nº 16. p.48 – 62.
- CUNHA, L. G. A.. **Estudo do comportamento de funções por meio da análise de suas derivadas, utilizando objeto de aprendizagem em ambientes educacionais informatizados**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- FONSECA, D. S. S. M. **Convergência de sequências de séries numéricas no Cálculo. Um trabalho visando a corporificação dos conceitos**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.
- GONÇALVES, D. C. **Aplicações das derivadas no Cálculo I: atividades investigativas utilizando o Geogebra**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.
- GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do teorema fundamental do cálculo voltado ao seu ensino**. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.
- IGLIORI, S. B. C. Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais. In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates**. Recife: SBEM, 2009, p. 11-26.
- LACHINI, J. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em Cálculo. In: LAUDARES J. B.; LACHINI, J. (orgs.) **Educação Matemática: A prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001, p. 146-189.
- LOPES, V. R. **Aprendizagem em um ambiente construcionista: Explorando conhecimentos de cálculo I em espaços virtuais**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.
- LUZ, V. M. **Introdução ao Cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- MARIN, D. **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2009.

MARTINS JUNIOR, J. C. **Ensino de Derivadas Em Cálculo I: Aprendizagem a partir da Visualização com o Uso do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

MOURA, D. A. S. **Perspectiva no estudo de limite: numa perspectiva figural e conceitual - foco em objetos de aprendizagem**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

NASSARELA, A. M. **Elaboração e descrição de situações didáticas com amparo na Sequência Fedathi: o caso da integral imprópria**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

NASSER, L. Ajudando a superar obstáculos na aprendizagem de Cálculo. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9º, 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: SBEM, 2007, p. 1-10,

PINTO, Rieuse Lopes. **Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem do cálculo**. 2014. Dissertação (Mestrado em Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2014.

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

REIS, T. L. B. **Integral Definida: conteúdos e estratégias de aprendizagem**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

REZENDE, W.M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2003.

RICALDONI, M.A.G. **Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

ROCHA, M. D. **Desenvolvendo atividades computacionais na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I: estudo de uma proposta de ensino pautada na articulação entre a visualização e a experimentação**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

SILVA, P. S. A utilização dos recursos tecnológicos no ensino superior. **Revista Olhar Científico**. V.01, nº 2, p. 267 -285, agosto/dezembro 2010. Disponível em <http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/tics/14-151-1-PB.pdf> . Acesso em 30 de julho de 2016.

VOGADO, G. E. R. **O ensino e a aprendizagem das ideias preliminares envolvidas no conceito de integral por meio da resolução de problemas**. 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1999.



ZUCHI, I. A integração de ambientes tecnológicos no ensino: uma perspectiva instrumental e colaborativa. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação.