

Tarefas para aulas de Cálculo Diferencial e Integral: construção de uma proposta de pesquisa

Nelvia Santana Ramos¹

GD4 – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo do trabalho. O Cálculo Diferencial e Integral é uma disciplina base em diversos cursos da área de exatas. Inúmeras pesquisas apresentam os altos índices de reprovação e as dificuldades apresentadas pelos alunos, que muitas vezes acarretam conceitos equivocados quando aplicadas posteriormente em determinado contexto. Neste trabalho buscamos uma caracterização de um ambiente de aprendizagem que possa favorecer a minimização dessas dificuldades e a elaboração do conhecimento matemático pelos alunos. Em nossa abordagem nos pautamos em episódios de resolução de tarefas, as quais desenvolvidas com o estudo de sequência e sua convergência possam contribuir no estudo da disciplina, buscando criar situações que integrem e convidem os alunos a participação ativa da construção de conceitos referentes ao cálculo. As tarefas, em nossa proposta, servirão como ponto de partida para a elaboração de conceitos, e que estejam interligadas com as demandas rotineiras de sala de aula, alinhadas com a organização didático-pedagógica da instituição onde atuamos e possa servir de base para elaboração e utilização de docentes que atuem na disciplina em questão.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Convergência de Sequências; Ambiente de Aprendizagem; Episódios de Resolução de Tarefas.

Introdução

Roh (2008) ressalta que muitos conceitos matemáticos dependem da noção de limite e, respaldado nos trabalhos de Ferrini-Mundy e Lauten (1993) e Tall (1992), aponta-o como uma das ideias mais fundamentais do Cálculo que auxilia no desenvolvimento do pensamento matemático. Em que apresenta resultados de pesquisas que apontam o grande número de alunos com ideias incompletas/errôneas sobre o conceito de limite: não conceber processos infinitos e somente finitos para o conceito de limite, o que acarreta uma falta de compreensão, gerando uma incompreensão do conceito de limite de uma função, restrito à ideia de limite como uma aproximação.

Weigand (2014) reforça que a aprendizagem do conceito de limite tem sido objeto de reflexões e investigações, pois já se sabe que muitos estudantes apresentam problemas quanto às definições formais do conceito de limite e derivada. Em alguns momentos não

¹ Universidade Federal do Paraná, e-mail: autor@email.br, orientador: Dr. Pedro de Castro.

são capazes de utilizar da definição adequadamente quando aplicada a um dado contexto, ou não conseguem aplicar o conceito para resolver problemas que necessitem de sua compreensão em um nível formal.

Resgata estudos realizados desde as décadas de 1970 e 1980 mostram a dificuldades na compreensão do conceito de limite. No mesmo sentido a pesquisa realizada por Vinner e Tall (1981 apud Weigand, 2014) também mostrou tais dificuldades apresentadas por estudantes de matemática com a definição formal limite.

Weigand (2014) defende o trabalho com o tema sequências como precursor ao estudo de limites e derivadas, uma vez que: (I) Muitos problemas da vida real permitirem sua representação matemática por representações de sequências; (II) Problemas matemáticos podem ser resolvidos com sequências especiais; (III) Algoritmos de aproximação como o método de Newton no cálculo de zeros de funções são baseados em interações com sequências; (IV) As sequências são ferramentas para o desenvolvimento de processos contínuos. Na mesma direção, Przeniolo (2005) afirma que conceitos incompletos e equivocados sobre o conceito acarretam em inúmeras dificuldades no decorrer do curso. Destaca alguns aspectos apresentados pelos alunos tais como o fato de admitirem: (I) que os termos de uma sequência podem aproximar-se de um ponto, mas, nunca irá atingi-lo; (II) apenas comportamento monótono; (III) seria suficiente infinitos pontos terem o mesmo comportamento para a sequência convergir. Sugere o trabalho com sequências com diferentes comportamentos, permitindo aos estudantes construir uma definição que desmistifique tais representações.

Com vistas a minimizar essas dificuldades, defendemos uma proposta de trabalho para a disciplina de CDI pautada em episódios de resolução de tarefas, tarefas essas nas quais serão propostas investigações sobre sequências e critérios de convergência, como tema precursor à exploração do conceito de limite de uma função.

Inspirados nas ideias de Przeniolo (2005) e Weigand (2014) buscamos criar situações que favoreçam o desenvolvimento matemático dos estudantes sobre o conceito de convergência de uma sequência como base para a compreensão do conceito de limite de uma função. Isso ocorrerá a partir da proposição de tarefas que oportunizem aos estudantes no desenvolvimento de competências de conexão e reflexão

Novos pontos de vista a respeito da disciplina de CDI pedem por tarefas que favoreçam ao estudante o desenvolvimento de competências de conexão e reflexão, para além da mera reprodução e memorização. Tais tarefas devem ter como pressuposto o fato de que o conhecimento matemático mostra-se

“dinâmico e construído a partir das relações, justificativas, análise e validações estabelecidas pelos envolvidos e não como algo pronto e acabado”. Aos estudantes devem ser incentivados a “justificaram seus pensamentos por meio da exploração de situações, questionamentos e conjecturas” (TREVISAN, MENDES, 2013, p. 137).

Embasados em Palha (2013) buscamos organizar um ambiente que ajude nossos alunos na criação de condições de aprendizagem, em que possam ampliar seu conhecimento por meio do trabalho com tarefas desenvolvidas de forma colaborativa, na qual desempenhem um papel ativo e reflitam a respeito dos conceitos, ao invés de apenas “receber” conceitos “prontos”.

Neste contexto, a autora propõe um “arranjo” de aprendizagem denominado *shift problem lessons*, que estamos entendendo como “episódios de resolução de tarefas”, com o objetivo de promover uma aprendizagem da matemática, por meio de uma abordagem que seja factível em salas de aula regulares.

Respaldados nessa abordagem, elencamos como problemática pensar sequências de tarefas que integrem um ambiente educacional para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que, ao mesmo tempo, levem em conta aspectos apontados pelas pesquisas e atendam demandas rotineiras da sala de aula.

Repensando-se em uma prática pedagógica, na perspectiva de articular o ensino de CDI e das tarefas de matemática nas aulas a fim de disponibilizar ações que favoreçam este processo, levantamos a seguinte intenção: *elaborar e investigar a utilização de tarefas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral I que integrem um ambiente de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas.*

Nosso Ambiente de Aprendizagem e Tarefas Matemáticas

Em nossa pesquisa o termo ambiente de aprendizagem ainda está em construção, buscamos sua definição que propicie e relacione o que os autores pretendem com essa caracterização.

Algumas expressões podem elucidar o que buscamos em nossa caracterização, que caminhe de encontro a Palha (2013) que envolva os alunos em episódios de resolução de tarefas as quais propiciem uma análise de suas construções nas tarefas de forma colaborativa.

Propiciem aos alunos embasados na RME enquanto atividade humana favoreça a situações que ofereçam oportunidades de matematizarão, onde:

[...] Devem aprender a analisar, organizar e aplicar Matemática de forma flexível em situações que sejam significativas para eles, e os problemas deve ser acessíveis, convidativos, e que “valham a pena” serem resolvidos”. Também devem ser desafiadores, deixando claro para os estudantes por que algo está sendo perguntado. (Trevisan; Buriasco, 2015, p177).

Em nosso contexto de aplicação de tarefas, em nosso ambiente de aprendizagem oportunizem aos estudantes um conjunto de situações a construção e elaboração de conceitos (Moreira, 2007), e levem em conta os aspectos estruturais da instituição de ensino, a natureza dos cursos por ela oferecidos e o perfil dos alunos matriculados na disciplina (BORSSOI; SILVA; FERRUZZI, 2016).

Entendemos como tarefas matemáticas como toda atividade que propicie a interação dos alunos na construção de conhecimentos matemáticos como uma atividade humana. As tarefas convidam os alunos a expor suas ideias e buscar desenvolvimentos que visem sua resolução, neste processo os mesmos formalizam conceitos referentes a disciplina partindo de suas interações.

Para Ferreira (2014), discussões em sala de aula permitem aos alunos um ambiente em que são estimulados a organizar, apresentar e defender suas produções, ideias e argumentos, compartilhando tanto com o professor quanto dos demais colegas de sala, em que:

[...] podem ser consideradas, também, como fonte importante para a coleta de informações sobre o poder matemático dos alunos. Além disso, esse tipo de interação em sala de aula possibilita a exploração de diferentes estratégias para abordar as tarefas, diferentes resoluções e respostas para um mesmo problema, contribuindo para a visão da matemática como atividade humana. (p,261).

Buscamos tarefas que conversem com a literatura que nos respalda, e possibilitem o desenvolver do estudo de sequências e sua convergência que embasados nos estudos de Weigand (2014) oportunizem diferentes representações apresentados pelos alunos sobre seu conceito, que em sua abordagem parte do discreto para o contínuo e desenvolve o conceito de taxa média de variação iniciando com uma discussão com representações de sequências olhando para funções discretas. Em que ressalta suas vantagens:

[...] o conceito de limite não é apresentado no início, o conceito de taxa de variação é desenvolvido usando exemplos discretos. Alterando gradualmente as ações discretas, os processos de limite são compreendidos por ações passo-a-passo, portanto sendo mais fácil para entender seu conceito.

Em nossas tarefas, concordamos com o autor de que: *Não precisamos apresentar uma definição formal do conceito com antecedência*; Com isso partimos de sequências particulares como a aritmética e geométrica, para o desenvolvimento dos conceitos de

sequências, comportamento, limitantes e convergência trabalhando com processos discretos, convergência de sequência no domínio dos naturais para o contínuo onde abordamos o limite de funções no domínio dos reais.

Cenários de Aprendizagem orientados para a Resolução de Tarefas

Palha (2013) define *shift problem lessons* como um dispositivo de aprendizagem que objetiva promover uma compreensão global da Matemática por meio de episódios de resolução de tarefas propostos segundo as “normas” de uma sala de aula regular. O modelo de ensino subjacente a esses *cenários de aprendizagem orientados para a resolução de tarefas* (tradução que estamos adotando para *shift problem lessons*) consiste em sequências de tarefas matemáticas, adaptadas de livros didáticos, a serem resolvidas por estudantes em grupos heterogêneos de forma colaborativa.

Tais episódios não substituem outros presentes no contexto de uma sala de aula regular, como aqueles envolvendo a exposição de conceitos pelo professor ou o trabalho com resolução de tarefas rotineiras.

Segundo a autora, o primeiro pressuposto para essa abordagem é o fato de que um novo conteúdo nem sempre precisa ser apresentado aos estudantes previamente. Ao invés disso, são propostas aos estudantes sequências de tarefas com elementos que estimulem sua reflexão e a elaboração de um pensamento conceitual.

Um segundo pressuposto envolve o papel ativo do aluno, a partir da resolução da tarefa em pequenos grupos de forma colaborativa. Um último pressuposto envolve o papel docente que, ao invés de fornecer explicações, torna-se um mediador das apresentações e explicações dos alunos na resolução.

Weigand (2014) aborda em sua pesquisa as contribuições de se trabalhar os conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral (CDI) com tarefas que propiciem aos alunos a construção do conceito partindo do processo intuitivo para o contínuo, na qual os alunos, por meio de tarefas propostas, apresentam suas definições, em princípio intuitiva, e que será tomado como base de discussão, rumo à sistematização de uma definição formal.

Przeniolo (2005) também propõe em seu trabalho, uma ferramenta didática, um conjunto de problemas previamente concebidos que pode ser usado como uma base para a organização da aprendizagem de limite, em que espera projetar situações de ensino para a

introdução dos alunos a noção de limite, tornando-os mais conscientes em seus aspectos formais e informais.

As tarefas nesta abordagem de aprendizagem enfatizam dois aspectos centrais, conforme Gravemeijer (1999, apud PALHA, 2013, p. 34) cita:

1. A matemática deve começar em um nível no qual as noções e conceitos são experimentalmente reais para os alunos;
2. Através dos processos de orientação, organização e reflexão, os alunos construirão as relações necessárias para construir uma estrutura relacional.

Procedimentos Metodológicos

A presente pesquisa tem como objetivo explorar aspectos relacionados ao estudo de sequências e convergência de uma sequência por meio de tarefas que oportunizem aos estudantes desenvolver conceitos que sejam base para o estudo de funções reais de domínio real e de limite dessas funções. As tarefas serão propostas para serem realizadas por alunos ingressantes em cursos Superiores de Engenharia, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, na qual a autora assume a dupla função de professora e pesquisadora. Nossa proposta de trabalho pretende considerar todas as condições reais que circunscrevem esse contexto (RAMOS; FONSECA; TREVISAN, 2016), de modo que a pesquisa considere da forma mais “fiel” possível, essas condições. Em outras palavras, o ambiente não será alterado para fins de pesquisa; ao contrário, deverá levar em conta o que efetivamente ocorre a partir da proposição das tarefas.

As sequências aparecem em inúmeras situações em nosso cotidiano e sua escolha possibilita o desenvolver de tarefas que propiciem o estudo de convergências de sequências, conforme Palha et. al. (2013) podem ser propostas sem que haja uma explicação prévia sobre o conceito. Nesse sentido, o papel do professor é incitar os alunos a explicitar e discutir suas ideias, não fornecendo explicações diretas, ou seja, o professor parte *a priori* das definições apresentadas pelos alunos para em conjunto sistematizar uma definição.

Baseados nos trabalhos de Przeniolo (2005) e Weigand (2004, 2014), nossa proposta toma como pressuposto que o estudo de sequências e seus aspectos para a definição de convergência possibilitam uma abordagem para o estudo de limites, fornecendo uma base intuitiva para o estudo de derivadas e integrais (sem a necessidade de uma definição formal para o conceito de limite de uma função real de variável real).

As tarefas elaboradas e trabalhadas com os alunos buscam proporcionar a elaboração e refinamento de conceitos na disciplina e, sempre que necessário, podem ser reformuladas ou adaptadas e reaplicadas. Tal procedimento é respaldado na metodologia de pesquisa adotada em nossa pesquisa, o *design research*, abordagem que oportuniza a elaboração de materiais educacionais de modo entrelaçado ao desenvolvimento da teoria.

Seu objetivo principal é o desenvolver de teorias de ensino e aprendizagem e materiais educativos que são projetados para auxiliar na aprendizagem (Gravemeijer & Cobb, 2006), citados por Van Eerde (2013) e que a autora afirma:

o design de materiais educativos é uma parte crucial da pesquisa e tem como objetivo a investigação de como o projeto funciona. Assim, o entrelaçamento do design e do desenvolvimento da teoria é uma característica essencial desta abordagem. (Van Eerde, 2013, p.1).

Van Eerde (2013) apresenta em seu trabalho uma importante característica da pesquisa em design é seu caráter cíclico, no qual o professor com base no conhecimento atual realiza experiências de pensamento, projetando atividades, realiza um novo experimento, reflete sobre as tarefas aplicadas, resultando em um redesenho da HLT (Trajetória Hipotética de Aprendizagem) no final de uma série de lições, e explica:

Estas hipóteses ou suposições sobre o que pode acontecer durante as atividades na sala de aula são formuladas antes do início do experimento em sala de aula, como resultado de experiências de pensamento. Essas hipóteses são duplas. Eles relacionam o que os estudantes poderiam pensar e entender ou poderiam não entender. Além disso, elas incluem sugestões sobre como o professor pode promover e orientar os alunos a aprender, incluindo sugestões de perguntas a fazer e tópicos para discutir. (Van Eerde, 2013, p.6)

A análise de dados será feita por meios de áudios dos alunos na resolução de tarefas, produção estrita, notas de observação e eventuais entrevistas quando necessário.

O objetivo final da pesquisa será uma proposta voltada a encaminhamentos para as tarefas matemáticas, portanto analisará o encaminhamento proposto pela fundamentação teórica com objetivo de propiciar o desenvolvimento dos alunos nas resoluções das tarefas sobre o conceito de convergência e limites e o trabalho será desenvolvido numa perspectiva qualitativa, de caráter interpretativo.

Considerações

Em nossa proposta de tarefas, buscamos em sua elaboração encaminhamentos que possam auxiliar os alunos na construção do conhecimento matemático eminente da disciplina favorecendo competências de conexão e reflexão.

Neste sentido, que nossas tarefas possibilitem a outros professores sua utilização como base, na elaboração e aplicação na disciplina de Cálculo que ministram. Em nossa caracterização de ambiente de aprendizagem, procuramos uma definição que potencialize as situações reais de sala de aula.

A pesquisa é desenvolvida em episódios de resolução de tarefas, embasados na literatura: “*elaborar, aplicar e analisar as tarefas propostas, que possam contribuir no ensino de Cálculo*”.

Espera-se que com este trabalho possamos contribuir para um ambiente de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que oportunize aos alunos a construção de seu próprio conhecimento matemático.

Referências

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BORSSOI, A. K.; SILVA, K. P. A. da; FERREUZZI, E. C. Tarefas desencadeadas em aulas com Modelagem Matemática. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo/SP, 2016, **Anais...** XII Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016, p. 1-12.
- FERREIRA, P.E.A. **Educação Matemática Realística: considerações para a avaliação da aprendizagem**. Perspectivas da Educação Matemática – UFMS – v. 7, n. 14 – 2014.
- MOREIRA, Adelson F. **Ambientes de Aprendizagem no Ensino de Ciência e Tecnologia**. Belo Horizonte: CEFET-MG, 2007.
- NUNES, M. de N.F. **Sequências Numéricas: um Estudo da Convergência através de Atividades**. 2001. 124.f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica – São Paulo.
- PALHA, S. A. G. Shift-Problem Lessons: Fostering Mathematical Reasoning in Regular Classrooms. **Research Institute of Child Development and Education**, University of Amsterdam, The Netherlands, v. 32, p. 142 – 159, 2013.
- PRZENIOSLO, M. **Introducing the concept of convergence of a sequence in secondary school**. Educational Studies in Mathematics, v. 60, p. 71 – 93, 2005.
- RAMOS,N.S ;FONSECA, M. O. D.; TREVISAN, A. L. Ambiente de Aprendizagem de Cálculo :Diferencial e Integral Pautado em Episódios de Resolução de Tarefas. **Simpósio Nacioanal de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa/PR, 2016, Disponível em: <http://www.sinect.com.br/2016/down.php?id=3637&q=1>. Acesso em: 09/10/2016.
- SANTOS, M. G. **Um estudo sobre convergência de sequências numéricas com alunos que já tiveram o primeiro contato com a noção de limite**. 2005. 118.f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica – São Paulo.
- TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 6, p. 129-138, 2013.

TREVISAN, A. L.; BURIASCO, R. L. C. **Educação Matemática Realística: considerações para a avaliação da aprendizagem.** 2015. **REVEMAT.** Florianópolis (SC), v.10, n. 2, p. 167-184, 2015.

Van Eerde, H.A.A. **Design research: Looking into the heart of mathematics education.** Proceedings van de 1st South-East Asian Design Research conference, 2-23 April 2013, UNSRI, Palembang (pp. 1-11) (11 p.). South-East Asian Design Research conference 1.

WEIGAND, H.-G. **A discrete approach to the concept of derivative.** ZDM Mathematics Education (2014) 46:603–619