

A história das geometrias não euclidianas para formação do professor: uma proposta baseada no uso de vídeos didáticos

Lucas Ferreira Gomes¹

GD5° – História da Matemática/Educação Matemática

RESUMO: Segundo as Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado do Paraná (2008) noções básicas das geometrias não euclidianas devem ser exploradas no contexto de sala de aula, todavia mesmo com tais orientações, é possível perceber, a partir da literatura, que muitos professores não possuem uma formação adequada em relação a este tópico, o que contribui para que estes sujeitos não explorem este tema em suas aulas. Além disso, entendemos que os conhecimentos advindos da História da Matemática podem contribuir para melhorar a compreensão que o professor tem do desenvolvimento do conhecimento matemático. Tais considerações expressam justificam o projeto de mestrado que será apresentado, o qual tem como objetivo produzir vídeos didáticos e atividades, baseados na História da Matemática, sobre tópicos das geometrias não euclidianas que possam ser utilizados na formação do professor que ensina Matemática. O material produzido será explorado em um curso de formação continuada para professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio que atuam na rede pública de ensino na região de Cornélio Procopio-PR. A pesquisa será de cunho qualitativo, e com ela buscamos propiciar aos professores uma reflexão a respeito das geometrias não euclidianas, de modo que estes possam inserir em suas aulas este tópico, bem como a História da Matemática enquanto metodologia de ensino.

Palavras-chave: Educação Matemática; História da Matemática; Geometrias Não Euclidianas; Formação de Professores.

Introdução

Ao longo do tempo o ensino de geometria vem sendo negligenciado no contexto escolar, principalmente no Ensino Médio, mesmo sendo considerado um campo fértil para se trabalhar situações-problemas, além de ser um dos tópicos que naturalmente chama a atenção dos alunos (BRASIL, 1997), seus conceitos ainda são aqueles deixados em segundo plano, e explorado nas aulas de Matemática “se der tempo”.

Todavia, documentos norteadores da educação como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008) garantem que o ensino da geometria deveria se iniciar com o estudo dos espaços, formas e as figuras tridimensionais, e que, ao longo dos anos escolares, fosse ampliando estes conceitos a partir do estudo das figuras geométricas e o estudo axiomático das propriedades. Além da geometria euclidiana, cabe ao professor discutir e explorar as geometrias não euclidianas, visto que “muitos problemas do cotidiano e do mundo científico só são resolvidos pelas

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina, e-mail: lucasgomis@hotmail.com, orientadora: Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman.

geometrias não euclidianas” (PARANÁ, 2008, p. 56), por isto seu ensino deve estar presente no contexto escolar.

Além disso, esse estudo justifica-se no fato de que:

A partir das grandes descobertas e invenções o homem tem buscado nos meios científicos, respostas para problemas concernentes às medidas geométricas. A partir dessa busca, tem constatado que, para algumas medidas, os conceitos da geometria euclidiana respondem satisfatoriamente, para os problemas que envolvam as pequenas medidas, mas para as medidas de grande escala, são necessários os conceitos de geometrias não euclidianas (MARTOS, 2002, p.212).

Mesmo assim, estas indicações, na maioria das vezes, são desconsideradas pelos professores que ensinam Matemática, e para muitos pesquisadores que versam sobre essa temática, muitos docentes não possuem uma boa formação para o seu ensino e pelo rigor de suas demonstrações (LORENZATO, 1995; ALMOULOU, 2004). Desta forma, cabe a formação do professor preparar esses sujeitos para o ensino das geometrias, euclidiana e não euclidiana, ao ponto de que propicie aos educandos uma nova visão de mundo, e que consiga fazer relações, conjecturas, perceber semelhanças e relações, resolver situações-problemas, entre tantos outros aspectos.

Para tanto Brito e Carvalho (2009), Shulman (1986), Miguel e Brito (1996), Miguel e Miorim (2011), entre outros, remetem ao entendimento de que a História da Matemática é uma metodologia que pode contribuir tanto para o desenvolvimento da Educação Matemática, quanto para a formação do professor que ensina Matemática. Pois sua inserção na formação do professor possibilita uma compreensão substantiva e epistemológica dos aspectos conceituais, das regras e dos processos intrinsecamente ligados ao conteúdo.

Assim, defende-se a abordagem histórica de tópicos da Matemática na formação do professor, visto que a participação efetiva da História da Matemática, aliada à construção do conhecimento matemático dos professores, possibilita a estes sujeitos ampliarem suas percepções a respeito dos conceitos matemáticos, o que pode contribuir para uma melhora da prática dos mesmos em sala de aula (MIGUEL; BRITO, 1996). E as potencialidades da introdução de uma perspectiva histórica na formação de professores justifica-se na possibilidade de uma aproximação cultural à Matemática poder conduzir a uma mudança efetiva das práticas de ensino ou, pelo menos, a uma modificação da forma como se concebe o ensino da matemática (BRITO; CARVALHO, 2009).

Dentre as contribuições da História da Matemática para a formação do professor é

possível destacar que ela possibilita uma maior compreensão, visto que a partir de um estudo histórico de um tópico ou conceito, é possível compreender como ele se desenvolveu, quais os elementos necessários para a sua compreensão, quais são os pontos de maior dificuldade, qual a importância deste conceito, entre tantos outros, como defendem Bursal (2010) e Brito e Carvalho (2009).

É a partir da fundamentação teórica e embasada nessa problemática que sustenta a presente trabalho, que propusemos uma pesquisa de mestrado que tem a pretensão de responder o seguinte questionamento: Como a História da Matemática pode contribuir para levar os professores a refletir sobre alguns conceitos das geometrias não euclidianas?

Esta investigação no campo da Educação Matemática nos levou a buscar o alcance dos seguintes objetivos: *Objetivo Geral* – Produzir vídeos didáticos e atividades, baseados na História da Matemática, sobre tópicos das geometrias não euclidianas, que possam ser utilizados na formação do professor que ensina Matemática; e como *Objetivos Específicos* – a) fazer uma reflexão teórica sobre as pesquisas que defendem o uso da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem; b) elaborar uma reconstrução histórica das geometrias não euclidianas e a partir desta produzir sequências didáticas que serão transformadas em vídeos didáticos, bem como atividades que podem ser aplicadas aliadas aos vídeos; c) aplicar o material produzido em um curso de formação continuada e analisar os resultados desta aplicação; d) expressar os resultados obtidos por meio de uma dissertação.

Justificamos, desta forma, a presente pesquisa, que busca aliar as geometrias não euclidianas e a História da Matemática para a formação do professor, como tentativa de que os docentes explorem em sua prática este tópico, contribuindo, assim, para formação dos alunos.

A História da Matemática e as suas Contribuições para a Formação do Professor e para o Ensino de Matemática

Entende-se nesse trabalho que os conhecimentos advindos da História da Matemática podem trazer inúmeras contribuições para a construção do conhecimento e para a prática docente do professor que ensina Matemática, até mesmo por que a partir dela é possível compreender que:

(1) que a matemática é uma construção humana;

- (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
 - (3) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e o mundo físico e matemática e Lógica;
 - (4) que necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas frequentemente servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas;
 - (5) que a curiosidade estritamente intelectual, isto é, que aquele tipo de conhecimento que se produz tendo como base a questão “O que aconteceria se...?”, pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
 - (6) que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
 - (7) a natureza e o papel desempenhado pela abstração e generalização da história do pensamento matemático;
 - (8) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.
- (MIGUEL, 1993, p.76)

Por isso, é plausível compreender que conhecimento os elementos históricos dos conceitos matemáticos precisam fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1997).

Neste contexto, a História da Matemática na formação do professor pode ser um caminho que auxilie na forma como ele irá atuar em sala de aula e, para tanto Miguel e Brito (1996) defendem a participação orgânica da história na educação matemática, isto é, os conceitos matemáticos na formação do professor devem ser, muitas vezes, explorados a partir de uma perspectiva histórica.

Além disso, a História da Matemática deve ser inserida no ensino de Matemática por estes sujeitos, visto que esta como estratégia de ensino pode trazer muitas contribuições para a aprendizagem da Matemática. Para Katz (2008) os desenvolvimentos das ideias matemáticas são eficazes para o aluno, mostrando como a Matemática foi constituída de forma natural e que as ideias dos grandes matemáticos perduram até os dias atuais. De acordo com Chaquiam (2015, p. 13):

(...) estudos atuais apontam que a História da Matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas.

Todavia, tal inserção não exige algo muito elaborado, até mesmo por que segundo D’Ambrosio (1996), não é necessário que o professor de Matemática seja um especialista em História da Matemática para incorporá-la à sua prática pedagógica. Um simples compartilhar com seus alunos de algumas informações ou curiosidades históricas a respeito

de um tema estudado, o professor já estará incorporando a História da Matemática às suas aulas. Além disso, segundo este estudioso, o professor também não é obrigado a trazer informações históricas para todas as aulas.

Contudo, D’Ambrósio sugere que “o bom seria que o professor tivesse uma noção da História da Matemática e pudesse fazer um estudo mais sistemático e por isso recomenda-se aos professores em serviço que procurem essa formação” (D’AMBROSIO, 1996, p.13).

Mendes (2009) por meio de suas experiências no ensino de Matemática acredita que o trabalho com a investigação histórica pode contribuir para o processo de cognição matemática de forma significativa. Este autor ainda destaca que,

A viabilidade de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino de Matemática centrado na investigação; o que conduz o professor e o aluno à compreensão do movimento cognitivo estabelecido pela espécie humana no seu contexto sociocultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo da Matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura (MENDES, 2009, p. 91).

Para tanto, é necessário entender que para compreender melhor a Matemática no em seu desenvolvimento atual é importante considerar todo o processo com suas transformações e intenções de cada época e civilização. Por isso, de acordo com Jankvist (2009), a História da Matemática mostra aos alunos que a Matemática evoluiu no tempo e no espaço, com base em especificidades intelectuais. Desta forma, Jankvist (2009, p. 236) acredita que a História da Matemática serviria como uma “tomada de decisões para o conteúdo, na forma de apresentação do assunto”. Nesta perspectiva, é possível compreender a História da Matemática como uma ferramenta didática, pode funcionar como um meio pelo qual pode se manter o interesse e o entusiasmo.

Seguindo esta ideia, Mendes (2009) afirma que é impossível lidar com o conhecimento matemático sem sequer ter uma noção sumária de sua história; seria como começar algo pela metade, chegando a um resultado incompleto e inconsistente. Ainda segundo esse autor, é possível por intermédio da História da Matemática trazeremos para o ensino da Matemática o máximo de esclarecimentos possíveis sobre algum tópico, visando explorar suas implicações pedagógicas nas atividades de sala de aula (MENDES, 2009).

Jankvist (2009) ressalta que a História da Matemática pode ser uma grande aliada quanto a superação de muitos dos obstáculos enfrentados por professores nas aulas de Matemática, como os “porquês” do modo como alguns tópicos são apresentados de

determinada maneira e não de outra, além de poder auxiliar na compreensão da utilidade cotidiana, bem com o motivo de se estudar determinados conteúdos matemáticos.

Vídeos Didáticos e a História da Matemática

Vivemos na sociedade da comunicação, da informação e da aprendizagem coletiva, na qual o conhecimento não é estático, pronto e acabado; ao contrário, é um processo reflexivo, permanente, e ao mesmo tempo dinâmico, considerando que necessita ser construído, refletido, questionado, apropriado e reconstruído sempre. Isso exige que as instituições educacionais e os sistemas de ensino adotem currículos e propostas educativas inovadoras, dinâmicas e criativas, capazes de contribuir na formação de cidadãos críticos, criativos e comunicativos como sujeitos sociais (MORAN, 1995).

Desta forma, é possível compreender que cada vez mais a inserção das tecnologias no contexto escolar será necessária, na tentativa de atender as exigências da atual sociedade, assim a influência dos recursos tecnológicos na prática educacional é muito maior, principalmente na disciplina de Matemática (BALDIN, 2008, p. 7). Neste contexto, emerge a elaboração e o uso de vídeos didáticos, que devido as suas potencialidades tem uma objetividade que pode contribuir para o ensino e para aprendizagem da Matemática. Como destaca Carvalho e Gonçalves (2000, p. 17) “as imagens do vídeo causam impacto e falam por si mesma”. Além de ter uma dimensão moderna e lúdica (MORAN, 1995). Moderna, pelo fato de ser um meio de comunicação atual, novo e é constituído por meio de várias linguagens; e lúdica, pelo fato de permitir brincar com a realidade.

Destaca-se que o vídeo é um instrumento que nos possibilita acessá-lo a qualquer hora e em qualquer lugar, transformando-se assim em uma poderosa ferramenta de informação. Também deve-se ponderar que o vídeo tem som, cores e movimentos, e isso pode prender a atenção do aluno.

Além destes aspectos, a História apresenta-se como uma fonte de informação para o ensino e para a aprendizagem da Matemática. E como destaca Jankvist (2009) o conhecimento histórico desperta o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado. Nesta perspectiva, acredita-se que é possível aliar ela a outras estratégias pedagogicamente adequadas e interessantes para abordar determinados tópicos, e uma dessas estratégias pode ser o vídeo. Para Moran (1995, p. 2):

O vídeo é sensorial, visual, linguagem falada, linguagem musical e escrita. Linguagens que interagem superpostas, interligadas, somadas, não separadas. Daí a sua força. Atingem-nos por todos os sentidos e de todas as maneiras. O

vídeo nos seduz, informa, entretém, projeta em outras realidades (no imaginário) em outros tempos e espaços. O vídeo combina a comunicação sensorial-cinestésica com a audiovisual, a intuição com a lógica, a emoção com a razão. Combina, mas começa pelo sensorial, pelo emocional e pelo intuitivo, para atingir posteriormente o racional.

Neste contexto, a aplicação das novas tecnologias no ensino da Matemática através da História da Matemática pode “proporcionar grandes oportunidades para o encontro entre o sujeito e o meio de um encontro frutífero em que o indivíduo vive uma nova experiência matemática que permite perceber os objetos matemáticos e suas relações” (GOMEZ 1997, p. 99).

Percurso metodológico

Consideramos a abordagem qualitativa a mais adequada para a pesquisa realizada. Segundo Bogdan e Biklen (1994), uma investigação de caráter qualitativo é descritiva e seu interesse maior está no processo de investigação, e não, apenas, nos resultados obtidos.

Além disso, para estes autores, neste tipo de pesquisa nada deve ser considerado como trivial, mas que “tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 43). Deve-se ressaltar que o mais importante “não é recolher muitos dados, mas recolher dados adequados a fim de que se tenha em vista, e que sejam de confiança” (PONTE, 2002, p.18).

Neste contexto, o interesse maior está no fenômeno estudado e nos seus significados do que no próprio resultado. A fim de compreender o fenômeno estudado, inicialmente será feita uma revisão da literatura que versa sobre a formação do professor e as geometrias não euclidianas, a História da Matemática e formação do professor, ou seja, será realizado estado da arte que irá embasar a pesquisa a ser desenvolvida. De acordo com Lakatos e Marconi (2010) a pesquisa bibliográfica exige organização e foco naquilo a ser pesquisado. Para tanto, trata-se do levantamento de informações, seleção e documentação do que for relevante ao assunto.

Dando sequência, a segunda etapa se dará a partir da reconstrução histórica das geometrias não euclidianas, construindo subsídios e materiais que permitirão elaborar os vídeos didáticos, bem como as atividades que permitirão realizar a investigação. Feito isso, será dado início a elaboração das sequências didáticas para a produção dos vídeos, e também as atividades a serem propostas, mas para isso serão escolhidos alguns tópicos das

geometrias não euclidianas a serem explorados. E, então, será iniciada a produção dos mesmos, os quais se caracterizam como um produto educacional².

Encerrado este processo elaboração, será proposto um curso de formação continuada para professores que ensinam Matemática, no qual serão utilizados os vídeos e as atividades elaborados. Este será ofertado para professores que atuam na rede pública de ensino nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio na região de Cornélio Procópio, norte do Paraná, além disso este acontecerá na forma EAD. Este curso será programado para um mês de duração (quatro semanas), e a cada semana será disponibilizado um vídeo e algumas atividades relacionadas a ele, assim os professores deverão assisti-lo e realizar as atividades propostas.

No final deste, o material será disponibilizado para que os professores possam usá-lo em suas aulas, também será proposta uma autoavaliação e uma avaliação do curso ofertado, bem como o material empregado. A partir da escrita periódica dos professores nas atividades postadas e da autoavaliação é que serão feitas as análises dos impactos ocorridos mediante a apresentação das geometrias não euclidianas por meio da História da Matemática na construção do conhecimento.

A partir disto será avaliado os resultados obtidos com esta intervenção inicial, caso seja bem-sucedido valida-se o material, mas se não atender as expectativas este deverá ser reelaborado e/ou complementado, para então ser validado.

Recortes dos Episódios Históricos que serão Abordados nos Vídeos

Neste tópico, apresenta-se um dos recortes realizados de episódios históricos relacionados a origem das geometrias não euclidianas, que serão explorados nos vídeos didáticos e nas atividades que compõem o produto educacional.

Episódio: O Surgimento das Geometrias Não Euclidianas

As geometrias não euclidianas surgiram a partir da própria geometria euclidiana plana, a qual teve como seu grande propulsor Euclides, mas pouco se sabe sobre ele, e muitos duvidam até se ele realmente tenha existido, mas de acordo com Nobre (2009)

² Entendemos que um objeto educacional é caracterizado como um instrumento didático-pedagógico que visa auxiliar o trabalho docente com a finalidade de promover oportunidades de aprendizagem matemática ou um objeto didático-pedagógico que pode ser empregado na formação inicial ou continuada de professores (MOREIRA; NARDI, 2009).

Euclides viveu entre 325 a.C. e 265 a.C. na cidade egípcia de Alexandria, sendo professor da Biblioteca e Museu de Alexandria. Euclides, enquanto professor e pesquisador da Biblioteca, foi autor de uma das maiores obras da Matemática, e um dos textos matemáticos mais importantes da época grega, escrito, há cerca de 2300 anos, chamada de *Os Elementos*.

Esta obra é uma coleção de treze livros, mas não apresenta uma estrutura unificada. Sendo caracterizada por um compêndio, que foi organizado por Euclides a partir de muitas obras existentes sobre várias áreas da Matemática incluída no trabalho.

É no primeiro dos treze livros de *Os Elementos* que se encontram os 5 famosos postulados que deram forma a “Geometria Euclidiana Plana” ou “Geometria Plana”, além disso ele traz 23 definições e 9 noções comuns. São os postulados:

- I. Pode-se traçar uma (única) reta ligando dois pontos.
- II. Pode-se prolongar (de uma única maneira) uma reta finita continuamente em uma linha reta.
- III. Pode-se traçar um círculo com centro qualquer e raio qualquer.
- IV. Todos os ângulos retos são iguais.
- V. Se uma reta, interceptando duas outras, forma ângulos internos de um mesmo lado cuja soma é menor que dois retos, então estas duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram naquele lado cuja soma dos ângulos internos é menor que dois retos (EUCLIDES, 2009, p.98).

O quinto postulado trouxe grandes repercussões entre os matemáticos que se dedicaram a tentar prová-lo, até mesmo por que segundo Brito (1995) Proclo, um grande comentarista de *Os Elementos* no século V, percebeu que as 28 primeiras proposições do trabalho (465 no total) são demonstradas sem empregar este postulado, sendo que algumas seriam facilmente demonstradas se o quinto postulado fosse utilizado. Desta forma, é possível concluir que até Euclides tentava “evitar” o uso deste postulado.

Dentre os matemáticos que tentaram prová-lo é possível citar: Ptolomeu I, Proclo, o árabe Nasis Eddin All Tusin, John Wallis, o padre jesuíta Girolamo Saccheri (o primeiro a publicar), Joahnn Heinrich Lambet, Adrien Marie Legendre, entre tantos outros (BARBOSA, 2011). Muitos também tentam reescrevê-lo ou criar proposições equivalentes, sendo a mais famosa a proposta por John Playfair (1748-1819), que ficou conhecido como postulado das paralelas, o qual diz que “por um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única reta paralela à reta dada” (BARBOSA, 2011).

Embora todas as investigações e tentativas não foi possível prová-lo, porém séculos mais tarde (XVIII e XIX) alguns matemáticos compreenderam que o quinto postulado de

Euclides além de não poder ser provado, poderia ser negado sem que contradições acontecessem, neste episódio ganha destaque Nikolay Ivanovich Lobachevsky (1792-1856), János Bolyai (1802-1860) e Carl Friedrich Gauss (1777-1855), os quais descobrem que ao negar ou substituir o quinto postulado por outro surgiria uma nova geometria tão válida quanto a de Euclides (BARBOSA, 2011). Isso abriu o caminho para que novas geometrias surgissem, e hoje entende-se por geometria não euclidiana, como qualquer geometria que negue pelo menos um dos postulados de Euclides.

Este episódio será transformado em uma sequência (script) que possibilitará a elaboração do primeiro vídeo, já pode-se destacar que os outros três episódios serão: o estudo das retas paralelas, o estudo dos triângulos e o estudo dos quadriláteros.

Algumas Considerações

Com este texto apresentamos um pouco da pesquisa que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina e Cornélio Procópio, mas especificamente no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PPGMAT.

A partir desta pesquisa buscamos contribuir para que noções básicas das geometrias não euclidianas possam ser exploradas nas aulas de Matemática, por isso propomos que este tópico seja explorado na formação do professor por meio da História da Matemática, a qual consideramos como “um recurso pedagógico que tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos” (MENDES, 2009, p. 76).

Por meio desta e das demais justificativas, pode-se dizer que o recorte apresentado pode possibilitar aos docentes refletirem sobre a temática, o que pode contribuir para que os docentes possam compreender melhor o tópico abordado, o que pode corroborar que estes sujeitos levem este tema para suas aulas, cumprindo, assim, as atuais orientações curriculares para o ensino de Matemática.

Referências

BALDIN, Y. Y. Uso de tecnologia como ferramenta didática no ensino integrado: Uma forma de educação continuada para professores de nível básico. In: CARVALHO, Luiz Mariano; FOSSA, John A.; GIRALDO, Victor; MOURA, Carlos A. de; NORONHA,

Helena. (org.) **História e tecnologia no ensino da matemática**, vol. 2. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

BARBOSA, L. N. S. C. de. **Uma reconstrução histórico-filosófica do surgimento das geometrias não euclidianas**. 2011. 58 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

BIKLEN, S.; BOGDAN, R. C. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, p. 134-301, 1994.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Brasília: MEC; SEB, 1997.

BRITO, A. J. **Geometrias não euclidianas: um estudo histórico pedagógico**. 1995. 187 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L. Utilizando a história no ensino de geometria. In: MIGUEL, A.; BRITO, A. de J.; CARVALHO, D. L.; MENDES, I. A. (Orgs.). **História da matemática em atividades didáticas**. São Paulo: Livraria da Física, 2009. p. 13-104.

CARVALHO, A. M. P.; GONÇALVES, Maria Elisa Resende. **Formação continuada de professores: o vídeo como tecnologia facilitadora da reflexão**. Cadernos de Pesquisa dez. 2000. Disponível em:

<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-5742000000300004&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt>. Acesso em: 9 jul. 2016.

CHAQUIAM, M. **História da Matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos Matemáticos**. V. 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Série História da Matemática para o ensino).

D'AMBRÓSIO, U. História e Educação Matemática. **Caderno Cedes 40 – História e Educação Matemática**. 1 ed. Campinas: Papirus, 1996.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Trad.: BICUDO, I. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

GÓMEZ, P. Tecnología y educación matemática. **Informática Educativa**. UNIANDES - LIDIE, Colombia. Vol 10, No. 1, pp. 93-111. 1997.

JANKVIST, U. T. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. **Educational Studies Mathematics**, n.71, 2009, p.235-261.

KATZ, V. J. **A history of Mathematics: an Introduction**. 3 ed. Chicago: Pearson Education, 2008.

LAKATOS, E.M.; MARCONI, M.A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** A educação matemática em Revista. Geometria. Blumenau, n. 4, Edição especial, p. 3-13, 1995.

MARTOS, Z. G. **Geometrias não euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no ensino fundamental**. Rio claro, 2001. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2002.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática.** 1993. 274 p. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas de desafios.** Tendências em educação matemática. 2ª edição. Belo horizonte: autêntica editora, 2011.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. **A história da matemática na formação do professor de matemática.** In: ferreira, Eduardo Sebastiani (Org.) Cadernos cedes 40. Campinas: Papyrus, 1996.

MORAN, J. M. **O vídeo na sala de aula.** Comunicação & Educação, São Paulo, jan./abr. de 1995. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/vidsal.htm>>. Acesso em: 10 jul. 2016.

MOREIRA, M. A.; NARDI, R. O mestrado profissional na área de Ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. **Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia.** Ponta Grossa: v. 2, n. 3, p. 1-9, 2009.

NOBRE, S. R. **Introdução histórica às geometrias não euclidianas: uma proposta pedagógica.** Belém: SBHMT, 2009.

PARANÁ. **Diretrizes curriculares da educação básica de matemática.** Curitiba – Pr: SEED, 2008.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké.** Campinas: UNICAMP, Ano 1, n. 1, 1993.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. **Refletir e investigar sobre a prática profissional,** p. 5-28, 2002.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: knowledge growth in teaching.** Educational Researcher, Washington, v. 15, n. 2, fevereiro, 1986. P. 4-14.