

## Geogebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial

Caroline Borsoi<sup>1</sup>

GDn°6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Resumo do trabalho: Este artigo é um recorte de dissertação de mestrado apresentada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS em junho de 2016. Esta pesquisa buscou apresentar uma sequência didática explorando conceitos da Geometria Espacial através da utilização do software de geometria dinâmica GeoGebra, principalmente no que diz respeito à sua janela 3D. Neste estudo teve-se o objetivo de provocar o desenvolvimento do pensamento geométrico espacial, nisso tirando-se proveito dos recursos de representação que se tem no software, especialmente aquele que diz respeito a interação dinâmica entre as representações do objeto tridimensional. A sequência didática é composta de dez atividades e duas delas serão discutidas neste artigo. A análise da produção dos alunos foi feita, principalmente, a luz das teorias de Duval e Gutiérrez. A metodologia de pesquisa é inspirada na Engenharia Didática e foi possível sinalizar, a partir do confronto entre análises *a priori* e *a posteriori*, o progresso dos alunos quanto ao desenvolvimento de habilidades para visualização espacial.

**Palavras-chave:** Geometria Espacial; Representação; Visualização; GeoGebra 3D; Pensamento Geométrico Espacial.

### Introdução

Este trabalho apresenta uma proposta didática para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. A proposta foi implementada em uma turma de 24 alunos de 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de Farroupilha/RS, no ano de 2015. Foi utilizado o software de geometria dinâmica GeoGebra, principalmente no que diz respeito a sua janela de visualização 3D, como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades espaciais indispensáveis na construção do conhecimento geométrico.

Nós professores sabemos que o ensino da Geometria Espacial é responsável por desenvolver conceitos geométricos fundamentais que concorrem para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Este tópico da matemática escolar tornou-se a questão a ser investigada, pois observamos a dificuldade de nossos alunos para realizar atividades que necessitam a mobilização de habilidades espaciais e que exigem a construção/compreensão de representações de objetos geométricos tridimensionais.

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e-mail: caroll\_borsoi@yahoo.com.br, orientador: Dra. Maria Alice Gravina.

Podemos relacionar estas dificuldades ao fato da Geometria Espacial ser trabalhada nas escolas, sobretudo, com ênfase em fórmulas de áreas e volumes. Poucas são as situações de experimentação e manipulação de objetos geométricos que são proporcionadas aos alunos de forma a mobilizar habilidades de análise e interpretação.

Por outro lado, é impossível negar a forma como as novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC's) vêm transformando a sociedade, as relações sociais e a própria forma de pensar e agir do ser humano. Principalmente nas últimas décadas, percebe-se um avanço no uso destas novas tecnologias no panorama educacional, não apenas por este novo paradigma de sociedade, altamente tecnológica, mas principalmente pelo seu valioso potencial na construção do conhecimento.

Uma ferramenta significativa, dentre a diversidade de recursos disponíveis, é o software de geometria dinâmica GeoGebra. Ele permite uma nova forma de se pensar o processo de aprender, pois possibilita uma relação mais próxima entre o aluno e o objeto de estudo; ele favorece a autonomia do aluno e coloca-o como um ativo aprendiz.

Este artigo discute os processos de aprendizagem no contexto da Geometria Espacial no Ensino Médio em situação de uso do GeoGebra 3D voltado para o desenvolvimento de habilidades espaciais. A questão de pesquisa que foi colocada é: de que forma o software de geometria dinâmica GeoGebra pode contribuir no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial e na melhor compreensão de conceitos relativos à Geometria Espacial?

No que segue discutiremos alguns aspectos teóricos analisados neste trabalho, a metodologia utilizada, a concepção da sequência didática proposta e os resultados obtidos em duas das atividades que a compõem. A dissertação completa, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS, e que contém todas as atividades da sequência didática, está disponível no portal Lume através do endereço <<http://hdl.handle.net/10183/148179>>.

### **Discussão teórica**

O estudo da Geometria tem extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio espacial e é responsável por desenvolver habilidades básicas para a leitura do mundo. (FAINGUELERNT, 1999). Já no estudo da Geometria Espacial, em específico, o aluno é convidado a ampliar sua capacidade de abstração e surge mais fortemente a

necessidade de mobilizar as habilidades de visualização espacial, pois nem tudo que compõe um objeto está visível em primeiro plano.

O cenário da Educação Matemática vem sinalizando, nas últimas décadas, um crescente interesse pelos processos de ensino e aprendizagem em Geometria na Educação Básica. Este interesse pode estar relacionado a disponibilidade de novos softwares de geometria dinâmica que, aliados aos materiais manipuláveis, oferecem ambientes de aprendizagem mais interessantes, nos quais os alunos podem fazer experimentos e testar hipóteses.

Segundo Gravina (2015), esta manipulação de figuras/objetos dinâmicos, oferecida pelo GeoGebra, introduz um novo tratamento para o registro desenho, pois o conjunto de “desenhos em movimento” substitui o desenho particular e estático presente nos livros didáticos e que muito contribui à formação de imagens mentais inadequadas.

Já para Duval (2011), mesmo que os softwares não ofereçam novos tipos de registro em comparação com aqueles produzidos com lápis e papel, eles estabelecem outro modo de produção. Assim, através dos softwares de geometria dinâmica, as representações figurais podem ser manipuladas como se fossem objetos reais e isto ajuda na exploração de situações matemáticas de forma investigativa.

Ainda, segundo Gravina (2001), o princípio fundamental dos softwares de geometria dinâmica é a atualização simultânea dos objetos quando a figura é movimentada. Ou seja, o aluno tem a possibilidade de movimentar elementos das construções geométricas e as condições geométricas originais do objeto matemático são preservadas, o que permite a observação e análise de propriedades deste objeto.

Já no que diz respeito a exploração de diferentes registros de representação, condição necessária para aprendizagem de matemática para Duval (2003), vale realçar que

Os ambientes de geometria dinâmica ampliam as possibilidades do sistema de representação, pois se tem no dinamismo das representações veiculadas na tela computador, associado à possibilidade de manipulação direta, um recurso que propicia a fluidez dos processos mentais, de forma incomparável àquela que se consegue com o texto e desenho estático, quer impresso ou feito com giz no quadro negro. (GRAVINA, 2010, p.4)

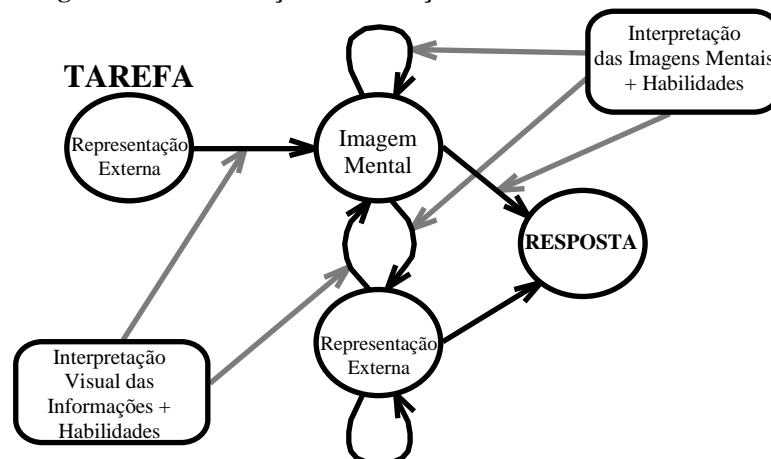
Assim, o uso de softwares permite uma mobilidade de explorações acerca de figuras e objetos tridimensionais, bem como de suas representações. Também, ao interagir com o software, além de perceber os conceitos matemáticos envolvidos, o aluno terá a oportunidade de realizar construções que se tornariam impossíveis de serem executadas

com lápis e papel de forma tão precisa, rápida e dinâmica.

Dentro do universo dos softwares de Geometria Dinâmica, alguns permitem a exploração, construção e visualização de objetos tridimensionais. É o caso do software GeoGebra 5.0, com sua janela de visualização 3D. Ao manipular um objeto 3D via software, determinada representação aparece como uma das posições possíveis que o objeto pode assumir, e isto dá significado e movimento às imagens mentais que são criadas pelo aluno. O software permite explorar e visualizar uma infinidade de situações espaciais, com riqueza de possibilidades incomparável com as representações que se consegue em um suporte estático como o livro impresso. Por exemplo, através de rotações espaciais, pode-se explorar situações virtuais que acionam habilidades de visualização muito similares àquelas decorrentes da manipulação de objetos 3D no espaço real.

Em Gutiérrez (1996), tem-se o diagrama que representa o processo de visualização que é acionado quando se resolve determinada tarefa:

**Figura 1: A visualização na resolução de uma tarefa matemática**



Fonte - Tradução de GUTIÉRREZ, 1996, p.11.

Este diagrama ajuda a entender o processo de visualização quando se faz uso do GeoGebra 3D: o aluno recebe uma determinada tarefa que é interpretada por ele, usando uma representação dinâmica do objeto geométrico (um objeto 3D na tela do GeoGebra), apropriada para gerar uma imagem mental. A partir dessa primeira imagem mental, o aluno inicia um processo de raciocínio visual (que se subdivide em dois aspectos: “interpretação visual de informações para gerar imagens mentais” e “interpretação das imagens mentais para gerar informações”) ativando os conhecimentos e habilidades que já possui, podendo direcionar-se diretamente a resposta da tarefa ou, se houver a necessidade, gerando outras imagens mentais e representações externas, antes de chegar a resposta. Gutiérrez, em seus

estudos, mostra uma preocupação essencial com a construção das imagens mentais de objetos 3D a partir do processo de visualização. Esta construção, segundo o referido autor, está relacionada ao uso e compreensão da diversidade de representações de um objeto matemático.

Uma das principais referências de pesquisa quando tratamos das representações matemáticas e sua importância na aprendizagem de conceitos matemáticos é o trabalho de Duval (2003-2011). O autor destaca que a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas exige a mobilização de diferentes registros de representação. Nos diz ele: “É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática...”. (DUVAL, 2003, p. 22).

Devido à existência de diferentes registros de representações para um mesmo objeto, é necessário estabelecer de que forma se dá a coordenação entre eles. Segundo Duval (2009) há dois tipos de transformações de registros de representações – os tratamentos e as conversões. O tratamento acontece quando a transformação permanece em um mesmo sistema de representação, ou seja, a representação é transformada dentro das regras de um mesmo sistema de representação ampliando o conhecimento acerca do objeto (por exemplo, relacionar um sólido com a sua planificação é um tratamento no registro figura). Já quando se trata da conversão, existe a passagem de um registro de representação para outro, como no caso da transposição da definição de um sólido (registro da língua materna) para sua correspondente representação figural.

Os diferentes tratamentos e conversões empregados em Geometria dependem de processos cognitivos que Duval (2003) chama de apreensões e estas podem ser classificadas como sequencial, perceptiva, operatória e discursiva. A apreensão sequencial diz respeito à *construção* de uma figura geométrica. Ou seja, ela é exigida em atividades de construções geométricas ou na *reprodução de figura*. Já a apreensão perceptiva diz respeito à *interpretação* das formas de uma figura geométrica que permite identificar ou reconhecer elementos geométricos em um dado objeto geométrico. Na apreensão discursiva, acontece a *explicitação* de outras propriedades matemáticas da figura, além das que são caracterizadas por uma legenda ou enunciado, refere-se à *articulação* entre desenho e elementos discursivos. Por fim, a apreensão operatória diz respeito às modificações possíveis de um registro figural inicial e sua *reorganização*. Está ligada a capacidade de reorganizar as estruturas de um objeto e de reestruturar a percepção desta figura.

Vemos que as teorias de Gutiérrez e Duval tem pontos em comum na medida em que colocam a visualização e a representação como alicerces da construção do pensamento geométrico. É em consonância com estas teorias que tratamos de explicitar neste estudo o potencial do GeoGebra 3D no desenvolvimento de habilidades que participam dos raciocínios geométricos espaciais.

### Metodologia de pesquisa

A pesquisa realizada tomou como referência a Engenharia Didática. Esta é uma metodologia que tem como objetivo investigar situações de aprendizagem. A metodologia compreende quatro fases: a 1ª fase, das análises preliminares (estudo do quadro teórico/didático e de conhecimentos específicos que dizem respeito ao tema de pesquisa); a 2ª fase, da concepção e da *análise a priori* (expectativas do professor e hipóteses iniciais quanto a aprendizagem); a 3ª fase, da experimentação; e a 4ª e última fase, da *análise a posteriori* (análise do processo de aprendizagem dos alunos) e validação (a partir do confronto entre análises *a priori* e análises *a posteriori*).

O experimento realizado se organizou na forma de uma sequência didática composta de 5 encontros e 10 atividades, programadas para 10 horas-aula. As atividades exigiram diferentes competências quanto ao conhecimento em Geometria Espacial; procurou-se sempre desenvolver os conceitos através do dinamismo e do potencial de visualização espacial que se tem no software GeoGebra 3D. O Quadro 1 detalha este planejamento.

**Quadro 1: Planejamento das Atividades**

|                   | Duração  | Atividades | Objetivos   |
|-------------------|----------|------------|---|
| <b>Encontro 1</b> | 1 h/aula | 1          | - Reconhecer as posições relativas entre retas e entre retas e planos.<br>- Aplicar conceitos da Geometria de posição.<br>- Familiarizar-se com as ferramentas do software GeoGebra 3D;                                     |
| <b>Encontro 2</b> | 2 h/aula | 2 e 3      | - Compreender o conceito de secção.<br>- Visualizar e identificar secções planas no cubo, dados 3 pontos do plano de corte.<br>- Desenvolver a habilidade de visualização das secções formadas por um plano de corte móvel. |
| <b>Encontro 3</b> | 2 h/aula | 4 e 5      | - Visualizar sólidos de revolução gerados por figuras planas girando em torno de um dos seus lados.<br>- Compreender o conceito de rotação no plano e no espaço.  |
| <b>Encontro 4</b> | 2 h/aula | 6,7 e 8    | - Explorar e compreender o conceito de inscrição de sólidos.  |
| <b>Encontro 5</b> | 3 h/aula | 9 e 10     | - Explorar o conceito de área e volume de forma dinâmica e investigativa.<br>- Compreender as variáveis dependentes e independentes nas funções de área e volume de objetos espaciais.                                      |

Fonte – AUTORA, 2015.

No desenrolar da sequência didática os alunos trabalharam em duplas, de modo a

favorecer a troca de ideias. O papel da professora, a pesquisadora autora do estudo, foi de mediadora; isto significa que a professora faz questionamentos, sempre concedendo um papel ativo aos alunos nos seus processos de aprendizagem.

Tendo como fundamentação a teoria dos registros de Duval, procurou-se propor atividades envolvendo construções geométricas e resolução de problemas com necessidade de tratamentos e conversões. Também foram contempladas situações para o desenvolvimento de imagens mentais através da mobilização de habilidades visuais e representações externas, condição essencial para o desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo Gutiérrez (1996).

No início de cada atividade os alunos receberam uma Ficha de Trabalho com orientações e questionamentos sobre as atividades construídas no GeoGebra. Ao final de cada atividade, a professora/pesquisadora coletou os arquivos construídos pelos alunos, anexando as Fichas de Trabalho de cada dupla, fotos e vídeos correspondentes àquela atividade. Além disso, ao final da sequência didática foi aplicado um questionário com a finalidade de diagnosticar interesses, progressos e dificuldades dos alunos. Todos estes materiais serviram como instrumentos de pesquisa nas análises *a posteriori* e para a validação desta sequência.

### **Alguns resultados e discussões**

Como já mencionado, a sequência didática, que é um dos produtos finais da dissertação, foi composta de dez atividades. Além da sequência, temos como produtos deste estudo os procedimentos de construção das atividades no GeoGebra e um *GeoGebraBook* disponível em <<http://www.geogebra.org/b/SVYH6Rc7>> para livro uso.

Para melhor detalhamento dos resultados obtidos, trataremos neste artigo de apenas duas das atividades, transcritas na Figura 2. Vamos destacar os progressos e dificuldades dos alunos, bem como as contribuições do GeoGebra 3D nas suas aprendizagens, observados a partir do confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

**Figura 2: Recorte da Ficha de Trabalho**

**ATIVIDADE 6: ESFERA INSCRITA NO CILINDRO**

- Construa um círculo na janela 2D;
- Na janela 3D, construa uma reta perpendicular ao plano da base passando pelo centro do círculo;
- Utilize esse círculo e esta reta como base para criar um cilindro reto;
- Em seguida, construa uma esfera inscrita neste cilindro.

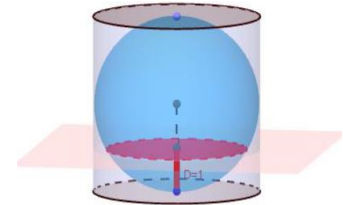


**EXERCÍCIO:** Se a base do cilindro tem raio 2cm:

- 1) Qual será o raio da esfera?
- 2) Qual será a altura do cilindro?
- 3) Qualquer cilindro pode ser circunscrito a uma esfera? Por quê?

**ATIVIDADE 7: CILINDRO E ESFERA COM PLANO DE CORTE MÓVEL**

- Em seguida, construa um plano móvel paralelo à base do cilindro, conforme ilustra a figura.
- Interseccione o plano com a esfera e pinte o círculo de intersecção de vermelho.
- Movimente o plano e analise a variação da área do círculo de intersecção. Descreva esta variação com suas palavras.



**EXERCÍCIO:** Ainda considerando que o cilindro tem raio 2cm:

- 4) Qual será a área do círculo máximo?
- 5) Qual a área do círculo quando a distância entre a base do cilindro e o plano de corte é 1? **Dica: Construa o triângulo retângulo que tem hipotenusa igual ao raio da esfera.**

Fonte – AUTORA, 2015.

Quanto às análises *a priori*, destacamos que é nesta etapa da metodologia de pesquisa que o professor expõe suas expectativas e hipóteses iniciais quanto ao processo de aprendizagem dos alunos. É disso que vamos tratar no que segue.

Com frequência nos deparamos com exercícios de vestibulares ou mesmo do livro didático que envolvem a inscrição de sólidos. Contudo, as características e propriedades geométricas presentes nestas construções são geralmente pouco exploradas na escola. O procedimento de construção de sólidos inscritos, através do uso de ferramentas do software, pode permitir simulações e análises de propriedades. Na Atividade 6, apostamos que os recursos do software poderiam facilitar a compreensão das situações espaciais, no que diz respeito à visualização e à percepção de propriedades.

No caso da esfera inscrita no cilindro, é preciso considerar que ela tangencia as duas bases circulares do cilindro e também a sua superfície lateral. Assim, as medidas do raio e da altura do cilindro são iguais, respectivamente, a  $r$  e  $2r$ , ou seja, o cilindro deve ser do tipo equilátero. Na Atividade 7, dando continuidade a atividade anterior, propôs-se a análise da variação da área da região resultante da intersecção de entre um plano móvel paralelo a base do cilindro com a esfera. Aqui apostamos que a manipulação via software favoreceria a visualização, permitindo ao aluno considerar a construção geométrica sob diferentes pontos de vista.



No que segue apresentamos a análise *a posteriori*. Na atividade 6, relativa a inscrição de esfera em cilindro, inicialmente, poucas duplas preocuparam-se em criar uma esfera que permanecesse inscrita, independentemente da movimentação/manipulação de elementos do cilindro. Ressalta-se aqui que, neste primeiro momento, os alunos não fizeram construções atendendo ao princípio da geometria dinâmica, a saber: mediante movimento (manipulação do raio e da altura, por exemplo) a construção deve manter-se perfeita. Ou seja, as construções dos alunos privilegiaram a impressão visual e não estiveram voltadas aos princípios geométricos que definem a situação. Deste modo, os alunos resolveram a situação rapidamente. Neste momento, coube à professora discutir com os alunos os procedimentos adotados, retomando a importância da preservação de propriedades dos objetos. A seguir, os alunos repensaram suas construções e perceberam que deveriam relacionar o raio da esfera ao raio e à altura do cilindro.

Quando questionados sobre a relação existente entre os raios da esfera ( $r$ ) e do cilindro ( $R$ ), todas as duplas perceberam que as duas medidas deveriam ser iguais para que a inscrição fosse possível. Já ao analisarem a altura do cilindro, a grande maioria dos alunos indicou que se  $R = 2\text{cm}$ , então  $h = 4\text{cm}$ .

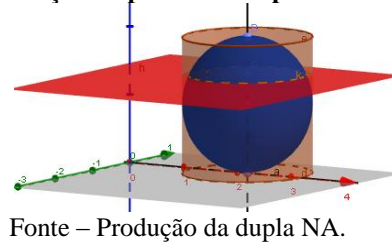
A fim de provocar habilidades para visualização e questionar suas imagens mentais, os alunos deveriam também investigar como circunscrever uma esfera a um cilindro. Eles deveriam entender que neste caso a construção inicia com a esfera e depois é que se faz o “encaixe” externo do cilindro. A partir dessa provocação, muitos apontaram que era preciso ter-se a igualdade de raios da esfera e do cilindro, isto é,  $r = R$ . Contudo, não indicaram a necessidade de que cilindro atendesse, também, a condição  $h = 2r$  para sua altura (mesmo já tendo respondendo corretamente à questão 2 sobre a altura do cilindro de raio=2). Apenas algumas das duplas identificaram esta condição e a colocaram como essencial para que a construção fosse possível: “*Apenas se o diâmetro da base do cilindro for igual a altura do cilindro, para que a esfera chegue às extremidades*” ou ainda “*não, pois a altura do cilindro precisa ser de 2 vezes o  $R$  do cilindro, o cilindro tem de ser equilátero...*”.

É interessante destacarmos a colocação de uma das duplas: “*se o cilindro for bem estreito e comprido, será impossível inscrever a esfera...*”. O comentário indica que os alunos conseguiram criar uma imagem mental dinâmica coerente com a situação dada e que serve como contraexemplo para a afirmação de que todo cilindro pode circunscrever uma esfera. Contudo, não conseguiram justificar o porquê.

Já na Atividade 7, os alunos foram convidados a interagir com a construção “*Esfera inscrita no cilindro*”, exercitando a habilidade de visualização através de tratamentos do registro figural executados na construção inicial. A partir do cilindro, deveriam criar um plano móvel paralelo a base do sólido e observar as variações da área do círculo de intersecção entre a esfera e o plano.

A Figura 3, abaixo, traz uma das construções obtidas pelos alunos.

**Figura 3: Construção de plano móvel paralelo a base do cilindro**



Com a construção concluída, eles deveriam analisar e descrever a variação da área do círculo de intersecção. Percebeu-se a dificuldade de alguns alunos para expressarem por escrito o que falavam, a partir de observações na tela do computador. Contudo, já sendo esta a Atividade 7 da sequência didática, muitos já mostravam maior desenvoltura para argumentar e tirar conclusões.

A maioria das duplas conseguiu descrever corretamente o comportamento da área do círculo, dependendo da movimentação do plano: “*quanto mais distante o plano se encontra do meio da esfera, menor é a área do círculo de intersecção*”; “*quando o plano está no meio da esfera, ele fica com a intersecção igual ao cilindro (base)*. Mas no momento em que ele sobe ou desce, a área da intersecção diminui em relação ao cilindro”.

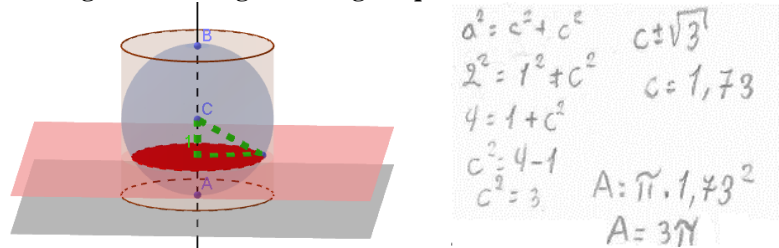
Deve-se salientar que esta atividade privilegia todas as apreensões cognitivas a partir das construções e da diversidade dos tratamentos dinâmicos executados. Os alunos mobilizaram a apreensão sequencial ao construir a situação – primeiro criaram um círculo no plano XOY, depois o eixo vertical, o cilindro reto e, por fim, a esfera. Mobilizaram a apreensão perceptiva ao interpretar as construções – definindo raio, altura e decidindo que características devem ser observadas para garantir a inscrição da esfera; a discursiva ao relacionar enunciado e figura; e a operatória ao modificar a construção original, incluindo elementos, reorganizando a percepção da figura e argumentando a respeito.

Nestas atividades, a fim de comparação, os alunos foram convidados a responder a alguns exercícios antes e depois de utilizar o GeoGebra 3D. Nestes exercícios,

propositalmente típicos de livros e vestibulares, pode-se dizer que, inicialmente, sem o apoio da construção dinâmica, muitas das duplas não haviam conseguido responder ao solicitado. Por exemplo, nenhuma dupla havia percebido a possibilidade de utilizar o triângulo retângulo ilustrado abaixo, que tem hipotenusa igual ao raio da esfera, como caminho para a resolução da questão 5 “Qual a área do círculo quando a distância entre a base do cilindro e o plano de corte é 1?”. Tendo o apoio do objeto dinâmico, dado pelo software, esta característica foi percebida por várias duplas, o que permitiu a resolução correta da questão.

Também pode-se dizer que a variação do círculo de intersecção entre esfera e plano móvel ficou facilmente perceptível, sendo que ao interagir com a construção dinâmica, através de tratamentos do registro figural, todas duplas conseguiram identificar a secção de maior área.

**Figura 4: Triângulo retângulo que soluciona o Exercício 5**



Fonte – Produção da dupla CM.

### Considerações finais

No decorrer das atividades os alunos foram mostrando desenvoltura para elaborar raciocínios mais complexos, comparados com aqueles apresentados ao início da sequência didática. Ao final, estavam concluindo de forma satisfatória as atividades propostas. Apesar do crescente nível de complexidade ao longo da sequência, os alunos surpreenderam quanto aos argumentos e o amadurecimento em suas construções.

A inscrição de sólidos, apesar de muito exigida em vestibulares, é uma característica muito pouco discutida nas aulas de Geometria Espacial. Pode-se dizer que, observando as análises e percursos dos alunos envolvidos, o GeoGebra produziu uma discussão muito mais significativa do ponto de vista da exploração das representações de um objeto 3D e da percepção de relações entre estas. Os alunos exploraram os objetos tridimensionais de forma investigativa e os recursos do software permitiram ações sobre o

objeto geométrico, na busca de soluções para a situação. Vê-se assim, ao fazer-se uso do GeoGebra, um percurso muito mais enriquecedor quanto as aprendizagens.

Quanto a pergunta colocada neste estudo – *De que forma o software de geometria dinâmica GeoGebra pode contribuir no desenvolvimento da habilidade de visualização espacial e na melhor compreensão de conceitos relativos à Geometria Espacial?* – podemos dizer que o uso do software, ao contemplar a exploração de situações geométricas de forma dinâmica e investigativa contribuiu para a formação de imagens mentais e para o desenvolvimento de habilidades espaciais.

### Algumas Referências

ARTIGUE, M. **Engenharia didática**. In: BRUN, J. Didática das matemáticas. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 193-217.

BORSOI, C. **GeoGebra 3D no Ensino Médio: uma possibilidade para a aprendizagem da Geometria Espacial**. 2016. 159f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática – UFRGS, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/148179>>. Acesso em: 25 de set. de 2016.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registro de Representação Semiótica**. 1ª ed. São Paulo: Papirus, 2003, p. 11-33.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo de pensar os registros de representação semiótica**. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Ed. Artmed, 1999.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

\_\_\_\_\_. **O Software GeoGebra no ensino da Matemática**. In: III Semana de Matemática, 2010, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro. Anais eletrônicos. Disponível em: <<http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/outraspub/article/view/368>>. Acesso em: 15 de jan. 2015.

\_\_\_\_\_. **O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa**. Revista Eletrônica VIDYA. v. 35, n.2, p. 237-253, jul./dez. 2015 - Santa Maria. Disponível em: <<http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/605>>. Acesso em: 09 de set. de 2015.

GUTIÉRREZ, A. **Children's ability for using different plane representations of space figures.** IN: Batturo, A.R. (ed.), *New directions in geometry education* (Centre for Math. and Sc. Education, Q.U.T.: Brisbane, Australia), p. 33-42, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.Gutiérrez/marcotex.html>>. Acesso em 12 de jul. de 2015.

\_\_\_\_\_. **Visualization in 3-dimensional geometry:** In search of a framework. *Proceedings of the 20th PME Conference 1*, p. 3-19, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.Gutiérrez/marcotex.html>>. Acesso em 17 de jul. de 2015.