

As Mobilizações de Registros de Representações Semióticas no Estudo de Trigonometria no Triângulo Retângulo com o Auxílio do *Software GeoGebra*

Juliane Carla Berlanda¹

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Este projeto decorre de uma pesquisa que está subsidiando uma dissertação do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, na linha de tecnologias de informação e comunicação na educação matemática. A sequência de atividades que pretende-se desenvolver será aplicada e analisada, junto a estudantes de uma escola da rede pública estadual de Erechim RS. Esta pesquisa está amparada, em termos de teoria de aprendizagem, pelos registros de representação semiótica de Raymond Duval e constituída a partir da metodologia da Engenharia Didática de Michele Artigue. Em termos do uso de recursos tecnológicos como ferramenta didática, no ensino de matemática muitas são as possibilidades de integrá-los nas aulas. Nesse sentido, um recurso com boa potencialidade é o *software* de geometria dinâmica, GeoGebra, por diversas razões: por ser um programa livre, de fácil manipulação e onde podem ser explorados diversos campos da matemática, tais como: álgebra, geometria plana e espacial, aritmética, cálculo e estatística. Em relação ao ensino de matemática investigou-se o que versa os Parâmetros Nacionais do Ensino Médio – PCNEM sobre trigonometria no triângulo retângulo, mais especificamente, a respeito das competências e habilidades estabelecidas para esse conteúdo. Além disso, está se buscando pesquisas já realizadas no contexto pretendido. Em termos de resultados, espera-se que a sequência de atividades a ser constituída colabore no processo de aprendizagem dos estudantes envolvidos, tendo o GeoGebra um papel importante neste processo.

Palavras-chave: Trigonometria no triângulo retângulo, *Software* GeoGebra, Registros de representação semiótica, Engenharia Didática.

Introdução

Vivemos em uma era em que a utilização das tecnologias ocorre de forma veloz. Essa disseminação tecnológica está integrada em todos os setores da sociedade, fazendo com que as pessoas de certo modo também busquem a atualização nos meios tecnológicos.

Nas escolas esta disseminação também vem ocorrendo de forma bastante acelerada, trazendo inúmeros benefícios para o processo de ensino aprendizagem, quando utilizadas de forma consciente e intencional. Inúmeras escolas possuem laboratórios de informática, , propiciando o emprego de diferentes mídias digitais na escola. Além disso, afirma Borba, Silva e Gadanidis (2015, p.17), “As dimensões da inovação tecnológica permitem a

¹ Universidade Federal de Santa Maria, e-mail: julianeberlanda@yahoo.com, orientador: Dr^a Inês Farias Ferreira.

exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática.”.

Na área da matemática muitas são as possibilidades de integrar esses recursos tecnológicos em sala de aula, em particular, *softwares* matemáticos de domínio público. O *software* de geometria dinâmica GeoGebra é um desses programas, que, segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015, p.17), solidificou seu status como uma tecnologia inovadora na educação matemática. Este *software* será utilizado nessa pesquisa, pois, primeiramente, a manipulação feita pelos estudantes se torna bastante ágil, além disso, possui uma *interface* de trabalho simples e de fácil visualização. Dentre esses aspectos, não se pode deixar de mencionar sua dinamicidade e a possibilidade de visualização que no papel não se pode ter. Corroborando para isso, o fato de *softwares* nesta concepção da geometria dinâmica permitirem a manipulação de objetos matemáticos sem que se tenha perda de propriedades fundamentais do mesmo. Os autores supracitados descrevem que:

Em geometria dinâmica (GD), o dinamismo pode ser atribuído às possibilidades em podermos utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p.23).

Nesse sentido, pretende-se que o estudo do objeto matemático trigonometria no triângulo retângulo escolhido nesta pesquisa, quando aliado ao dinamismo do *software* GeoGebra possibilite a construção do conhecimento através do desenvolvimento de atividades investigativas de manipulação e visualização. De forma que possam ocorrer na realização das mesmas pelos alunos novos caminhos de abordagem, diferentes de quando se utiliza apenas lápis e papel.

Esta pesquisa terá como suporte teórico os registros de representação semiótica, de Raymond Duval, pois esta possibilita relacionar um mesmo objeto matemático em diferentes registros. Essa teoria é de origem francesa tendo seu enfoque no funcionamento cognitivo da compreensão procurando desenvolver no estudante a capacidade de raciocinar, visualizar e analisar.

Além disso, Duval (2003) afirma que existe o tratamento e a conversão que são os dois tipos de representações semióticas. Sendo que, o tratamento serve como uma justificativa e, a conversão, é a transformação de representação. Para a ocorrência da apreensão da matemática é necessário pelo menos a conversão entre pelo menos dois, ou mais, registros de representação semiótica.

Nesse contexto será analisada três coleções de livros didáticos, da lista do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático), com o intuito de identificar quais registros de representações semióticas são apresentados nas explicações, exemplos e exercícios contidos nestes. Posteriormente, será elaborada, aplicada e analisada uma sequência de atividades no contexto da trigonometria no triângulo retângulo, tendo GeoGebra como ferramenta didática, a fim de discutir aspectos da teoria utilizada aliada à compreensão obtida pelos alunos durante a aplicação da mesma.

Dessa forma, indagamos o seguinte questionamento, que no decorrer da pesquisa pretendemos esclarecer: **Como os registros de representações semióticas são mobilizados na abordagem de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software GeoGebra, a partir de uma sequência de atividades com estudantes do primeiro ano do ensino médio?**

Essa pesquisa será realizada na cidade de Erechim, RS, em uma escola da rede pública estadual, com estudantes do primeiro ano do ensino médio, turma na qual a pesquisadora é professora regente.

Cabe ressaltar que a intenção com essa pesquisa é de discutir as potencialidades e limitações de atividades de ensino que possam permitir ao aluno transitar entre diferentes registros de representação semiótica, sem ser de maneira codificada.

Documentos Oficiais

Buscando nos documentos oficiais relativos ao Ensino Médio informações que contribuíssem para a composição desta pesquisa, identificamos que nessa etapa de aprendizagem não devem ser desenvolvidas atividades apenas com a memorização de fórmulas, mas sim, de maneira que os alunos sejam os protagonistas desse processo. Neste aspecto, os Parâmetros Nacionais Curriculares do Ensino Médio (PCNEM) afirmam que:

[...] no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização. (BRASIL, 2000a, p. 5).

Nesse contexto, os PCNEM (2000b, p.44) ressaltam que um trabalho adequado no ensino da geometria é aquele em “[...] o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.”.

Em particular, em relação ao ensino da trigonometria do triângulo retângulo, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais indicam como habilidades:

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
- Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais. (BRASIL, 2006, p.123).

Sabendo-se, então, da importância da geometria no currículo escolar, acredita-se ser possível desenvolver uma proposta que potencialize o estudo de trigonometria no triângulo retângulo amparada na teoria de registros de representação semiótica.

Algumas Considerações sobre os Registros de Representação Semiótica

Diante da dificuldade que os alunos apresentam na compreensão da matemática é preciso uma abordagem cognitiva para que seja possível o desenvolvimento total de suas competências de raciocínio, de análise e de visualização. Duval (2003) corrobora nesta perspectiva, afirmando que:

A originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situações de ensino. (DUVAL, 2003, p. 12).

Muitas vezes, a resolução de atividades envolvendo a área de matemática exige mais de uma linguagem matemática, podendo, assim, na obtenção de uma solução ocorrer a articulação de muitas representações de um mesmo objeto matemático. Analisando cognitivamente, esta ação não é simples, pois não está ligada a um processo de memorização e sim, de domínio dessas diferentes representações semióticas.

Duval (2012a) enfatiza que os objetos matemáticos não podem e não devem ser confundidos com a representação que se faz dele.

Baseando-se em Duval (2003), apresenta-se no quadro 1, diferentes tipos de registros.

|

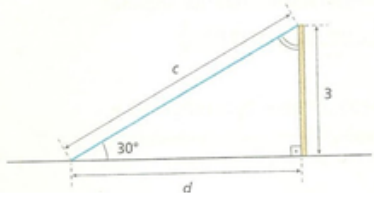
Quadro 1: Classificação dos diferentes registros.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural: Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória e não somente perspectiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • Numéricas (binária, decimal, fracionária,...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo:	Gráficos cartesianos: <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p.14).

Baseando-se no quadro 1, é exemplificado o significado dos diferentes registros relacionando-os com trigonometria no triângulo retângulo no quadro 2.

Quadro 2: Significado dos diferentes registros relacionando-os com trigonometria no triângulo retângulo.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	<ul style="list-style-type: none"> Língua natural Na dança folclórica de trança-fios, usa-se um mastro com, geralmente, 3 metros de altura. Para certa passagem da dança, precisa-se que o ângulo formado entre a fita esticada (com a ponta no chão) e a horizontal tenha 30° . Sabendo que $\text{sen } 30^\circ = 0,5$, determinar o comprimento da fita e a distância dessa ponta ao mastro.	
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	<ul style="list-style-type: none"> Simbólico: $\text{sen} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$ $a^2 = b^2 + c^2$ Algébrico: $\text{sen } 30^\circ = \frac{3}{c}$ $d^2 + 3^2 = 6^2$ Numérico: $\frac{3}{c} = 0,5 \rightarrow c = 6$ $d^2 = 27 \rightarrow d = 3\sqrt{3} \rightarrow d \cong 5,2$ 	Não existe a representação gráfica.

Fonte:Elaborado pelas autoras.

Podemos observar que, nesse problema não existe a representação gráfica da situação proposta.

Ainda, Duval (2003) destaca que a compreensão da atividade matemática é possível quando ocorre a mobilização de, ao menos, dois registros de representação, porém é necessário que ocorra de forma simultânea. Uma vez que, a troca de registro de representação deve ocorrer a todo tempo, não apenas de um registro para outro, mas que o aluno consiga voltar ao registro de partida.

Além disso, ele destaca que existem dois tipos de transformações de uma representação semiótica a outra, denominadas: tratamento e conversão. Enfatizando que “O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro.”

(Duval, 2012a, p. 272). Sendo que, a conversão acontece na mudança de sistema, porém as características dos objetos permanecem. Duval (2003, p. 15) afirma que “A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados.”. Portanto, a conversão não justifica e não prova procedimentos matemáticos, mas, analisando cognitivamente, conduz e é responsável pela compreensão matemática.

Como esta pesquisa aborda a geometria, buscou-se respaldá-la também através de Almouloud (2003), onde este ressalta que a geometria envolve três formas de processo cognitivo que preenchem específicas funções epistemológicas, são elas:

- Visualização: para a exploração heurística de uma situação complexa;
- Construção de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- Raciocínio, que é o processo que conduz para a prova e a explicação. (ALMOULOU, 2003,p. 126).

Essas três formas de processos não podem ser desligadas, elas funcionam de forma entrelaçada. Esse processo cognitivo é necessário para que ocorra a aprendizagem de geometria. A heurística dos problemas em geometria fornece formas diferentes de interpretação. Para essas, segundo Almouloud (2003) existem quatro formas de apreensões: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória. Sendo que, *apreensão sequencial* é utilizada quando se tem a intenção de reproduzir uma figura através da construção ou descrição da mesma. Na *apreensão perceptiva* é feita através da interpretação das formas da figura em uma situação. Já, a *apreensão discursiva* está relacionada na articulação do enunciado com as propriedades da figura geométrica fornecida. E, por último a *apreensão operatória* refere-se nas modificações de uma figura inicial, bem como na reorganização que essas modificações disponibilizam.

De acordo com Duval (2012b) na apreensão operatória é possível fazer modificações a partir de uma figura inicial, não perdendo as propriedades a ela associada, classificando-as em três modificações possíveis: mereológica, ótica e posicional.

A *modificação mereológica* está ligada a decomposição de uma figura, ou seja, realizar subdivisões na figura de partida. Já a *modificação ótica*, está relacionada com o aumento, diminuição ou deformação de uma figura, ou seja, está voltada a uma imagem da figura de partida.

Ainda de acordo com o mesmo pesquisador, a *modificação posicional* corresponde ao deslocamento ou a rotação de uma figura inicial, ou seja, “[...] é uma modificação posicional de orientação e do lugar da figura dentro do seu ambiente.” (p. 125).

Sequência de Atividades com Caráter Investigativo

Muitas são as possibilidades de se pensar na constituição de uma sequência de atividades nas aulas de matemática. Nesta pesquisa será utilizada uma abordagem com caráter investigativo, onde não sejam pautadas por memorizações de fórmulas e atividades repetidas. Nessa perspectiva, prioriza-se o descobrir, pesquisar, discutir para que ocorra a apreensão de uma determinada situação matemática.

Ponte, Brocado e Oliveira (2013), destacam que uma atividade de investigação possui, normalmente, três etapas:

“(i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.” (p. 25)

Na primeira etapa é muito importante que o aluno entenda o que é solicitado, mesmo os alunos recebendo por escrito a atividade, o papel do professor é fundamental para enfatizar o que é necessário que seja feito. Na segunda etapa, a partir do entendimento sobre a atividade proposta, os estudantes poderão discutir diversos caminhos para se chegar na resolução, nessa etapa o professor poderá auxiliar os mesmos no que for necessário. E, por último, a socialização, fundamental nesse tipo de atividade, isso pelo fato de que uma mesma atividade pode ter várias maneiras de interpretação e desenvolvimento, enfatizando o aprendizado. O professor nesse momento é o responsável por conduzir esse momento para que haja uma organização durante as discussões.

Espera-se que passado essas três etapas os alunos percebam a importância da investigação em matemática, pois “[...] a aula de Matemática, habitualmente, não é um lugar em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem a argumentar com os seus pares”. (Ponte, Brocado e Oliveira, 2013, p. 41).

Dessa forma pretende-se desenvolver atividades com este caráter, tendo o GeoGebra como ferramenta didática que possa contribuir na elaboração das mesmas para

que a teoria de aprendizagem seja discutida no âmbito do ensino de trigonometria do triângulo retângulo.

Metodologia

A metodologia utilizada nessa pesquisa é a Engenharia Didática de abordagem francesa, criada na década de 1980, onde é possível relacionar a prática com a pesquisa. Segundo Carneiro (2005), essa metodologia defende que a pesquisa científica é um caminho favorável ao professor pesquisador, porém o saber prático do professor está relacionado com a pesquisa, pois teorias criadas fora da sala de aula não são suficientes para transformar algumas tradições no ensino.

Uma Engenharia Didática, segundo Artigue (1996, p.91, apud Carneiro, 2005), inclui quatro fases: 1) análises prévias; 2) concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de matemática; 3) implementação da experiência; 4) análise a posteriori e validação da experiência, sendo essas mencionadas no decorrer deste trabalho.

Seguindo as fases da Engenharia Didática, segue as etapas desta de pesquisa:

- 1) Análises prévias:** levantamento bibliográfico sobre a teoria de aprendizagem utilizada, sobre a utilização das tecnologias da informação e comunicação na educação matemática, os trabalhos já existentes relacionados a pesquisa, análise do contexto onde a pesquisa será desenvolvida;
- 2) Concepção e análise a priori:** investigação e análise de três livros didáticos selecionados, elaboração da sequência de atividades que será implementada posteriormente, aliada ao recurso tecnológico GeoGebra e amparada pelos registros de representação semiótica. As atividades serão constituídas primeiramente com caráter investigativo envolvendo: semelhança de triângulos e razões trigonométricas, relacionando as medidas dos ângulos e lados. Para que, em um segundo momento, os alunos possam aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas.
- 3) Implementação da experiência:** será desenvolvida na cidade de Erechim, RS, em uma escola da rede pública estadual, no 1º ano do ensino médio, em uma turma de 25 alunos;
- 4) Análise a posteriori e validação da experiência:** após o desenvolvimento da sequência de atividades, será analisado, os dados obtidos diante da teoria de aprendizagem utilizada.

Entendendo que essa metodologia é uma ferramenta em potencial para a prática pedagógica na educação matemática, por possibilitar uma maior observação e avaliação da prática escolar, deve-se considerar uma análise sobre os objetivos de aprendizagem esperados e, em especial, sobre aqueles que não foram alcançados.

Considerações Finais

Este artigo apontou, de forma breve, algumas considerações sobre os registros de representação semiótica, cuja teoria está subsidiando a pesquisa em andamento.

Dessa forma, o teor deste artigo, irá corroborar para desenvolvimento da sequência de atividades que serão planejadas com o auxílio do *software* GeoGebra.

Através desta pesquisa, se quer contribuir também no ensino do assunto abordado, a fim de propiciar a produção de materiais digitais que possam auxiliar a prática docente relativa ao objeto matemático escolhido.

Referências

ALMOULOUD, S. A. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org) **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 125-148.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2000b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso: em 02 out. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2006. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 02 out. 2016.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. In: **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v.13 – n. 23 – jan./jun. 2005, p. 87 a 120. Disponível em:<<file:///D:/Meus%20Documentos/Downloads/2458-9380-1-PB.pdf>>

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática**: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**. Florianópolis, v.7, n.2, 2012a, p.266-297.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**. Florianópolis, v.7, n.1, 2012b, p.118-138.

PONTE, J.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.