

Geometria Dinâmica na resolução de questões da OBMEP

Laís de Almeida Pereira¹

GD6 –Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Esta pesquisa é regida pela seguinte questão: Quais são as contribuições do uso de software de geometria dinâmica para a compreensão e solução de questões de geometria da OBMEP? O objetivo deste projeto de dissertação é elaborar uma sequência didática que utilize a geometria dinâmica como recurso para visualização e resolução de questões, buscando investigar como esse processo ocorre. Desta forma, trabalhar com questões desafiadoras com apelo no dinamismo, assim o banco de questões da OBMEP² foi escolhido por possuir questões bem elaboradas e com enunciados claros e desafiadores. Logo, pretende-se apresentar o software GeoGebra como recurso para resolver questões de geometria e analisar a produção dos alunos, avaliando se o GeoGebra contribuiu para a compreensão de estruturas geométricas. Será utilizado o estudo de caso para articular a ação didática com a produção de conhecimento, de forma que a prática de ensino seja vinculada à prática de investigação. O uso do GeoGebra permite ao aluno explorar um objeto matemático a partir do movimento, visualizando simultaneamente a forma algébrica e sua representação geométrica, esboçando figuras e assim, possibilita que o aluno perceba e desenvolva habilidades, usando estratégias próprias. A sequência didática a ser produzida será composta por questões da OBMEP que deverão ser solucionadas a partir do uso de construções no GeoGebra. A coleta de registros será feita a partir de gravações, relatórios, arquivos de GeoGebra, entre outros que poderão surgir com o desenvolvimento do trabalho.

Palavras-chave: Educação Matemática; GeoGebra; Tecnologia no Ensino de Matemática.

Introdução

O tema da pesquisa diz respeito à resolução de questões da OBMEP com uso de construções feitas no software GeoGebra de modo a tornar questões de geometria estáticas em questões dinâmicas. Assim, pretende-se trabalhar com questões desafiadoras com apelo ao dinamismo. O uso das questões da OBMEP deve-se ao fato de serem questões bem elaboradas com enunciados claros e desafiadoras do ponto de vista do pensar em matemática. Além disso, são questões que já passaram por um processo de seleção. Para isso, uma sequência didática será planejada e desenvolvida para este fim. Esta sequência visa proporcionar ao estudante aplicativos dinâmicos que possibilitem a resolução de questões de geometria e apresentar o software GeoGebra como recurso para realizar

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e-mail: prof.laispereira@gmail.com, orientador: Prof.^a Dra. Débora da Silva Soares.

² A **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas** (OBMEP) é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA - e tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área. <http://www.obmep.org.br>.

construções que contribua para a compreensão de outras questões. Desta forma, esta pesquisa é regida pela seguinte questão norteadora da pesquisa: Quais são as contribuições do uso de software de geometria dinâmica para a compreensão e solução de questões de geometria da OBMEP?

Os objetivos para elaboração deste projeto são: elaborar uma sequência didática que utilize a geometria dinâmica como recurso para visualização de questões da OBMEP; aplicar a sequência didática; analisar a produção dos alunos e analisar como o GeoGebra contribuiu para a compreensão de estruturas geométricas.

A ideia principal deste projeto foi a de escolher um assunto que estivesse ligado diretamente com a prática de sala de aula, logo, com o Ensino de Matemática. Dessa forma surgiu a motivação para continuar a discussão sobre o uso de tecnologias digitais em sala de aula, tema tratado ao longo das disciplinas do curso de Mestrado em Ensino de Matemática.

Como professora de matemática sempre foi possível perceber que o uso de imagens estáticas para o ensino de geometria em geral não é totalmente satisfatório, pois possibilita enganos, como por exemplo, para uma figura plana ser um quadrado ela precisa que um par de lados opostos esteja na horizontal e o outro par de lados opostos esteja na vertical, porém para ser um quadrado não é necessário que a figura esteja posicionada desta forma. O tema deste projeto surge a partir destas percepções. Assim, percebo a necessidade de buscar novos recursos para o ensino de geometria. Segundo Gravina (2001):

Uma família de “desenhos em movimento” substitui o desenho particular como expressão do componente figural, descaracterizando as particularidades não relevantes do desenho particular. Em configurações geométricas mais complexas, é no dinamismo da figura que se revelam muitos dos fatos estáveis implícitos, ao mesmo tempo em que os fatos aparentes, provenientes de instância particular de desenho expressão do componente figural, tornam-se irrelevantes na exploração. (GRAVINA, 2001, p. 89, 91).

A escolha do banco de questões da OBMEP é devido ao fato de ser atual e estar presente nas escolas públicas. O uso de questões da OBMEP também é motivado pelo fato de serem questões desafiantes e separadas por níveis de dificuldade. Essas questões que compõem esse banco passaram por um processo de seleção e melhorias para então serem divulgadas, desta forma são questões bem elaboradas, criadas cuidadosamente para seu objetivo.

Referencial Teórico

O uso de tecnologia se justifica por apresentar a geometria de forma que o aluno desenvolva sua própria percepção de plano e espaço. Isso ocorre a partir da análise do que já é sabido pelos alunos e fazendo uso destes conhecimentos prévios. Assim, faremos uso de uma ferramenta de geometria dinâmica que, segundo Gravina e Basso (2012, p. 14):

(...) incorporam *sistemas dinâmicos de representação* na forma de objetos *concreto-abstratos*. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais.

Desta forma, a Geometria não é mais estática, visualizada apenas da forma como é apresentada em imagens. A tecnologia possibilita uma interação do aluno com o assunto estudado, de forma dinâmica, de modo que ele enxergue o que está acontecendo, podendo fazer comparações, movimentos e relações.

Assim como afirma Meyer (2011, p. 12-13).

A manipulação direta de objetos construídos e que são colocados em movimento na tela do computador faz com que os alunos observem os resultados obtidos, primeiramente de forma empírica, mas depois buscando explicar as regularidades que vão se tornando cada vez mais evidentes.

O uso do *GeoGebra* permite ao aluno explorar um objeto matemático visualizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, esboçando figuras, manipulando-as, explorando-as, e assim, possibilita que o aluno desenvolva habilidades, usando estratégias próprias. Conforme Gravina e Basso (2012, p. 16), “a conceituação das transformações acontece no plano abstrato, mas são as suas manipulações que tratam de ajustar esta conceituação, e nisso o dinamismo do sistema de representação é um recurso fundamental”.

Assim, o uso de computadores em sala de aula mostra-se interessante por permitir que os alunos visualizem o que ocorre com as figuras quando as movemos. Gravina (1996) esclarece com que tipo de ambiente informático estamos tratando:

São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. (Gravina, 1996).

Estes invariantes que a autora apresenta são as propriedades e definições associadas ao objeto, de modo que este não perca suas características essenciais, como por exemplo, o paralelogramo possui os lados opostos paralelos. Dessa forma, percebe-se como as propriedades matemáticas impõem as características na imagem.

O uso de geometria dinâmica se apresenta como uma possibilidade para que alunos criem perspectiva espacial. Segundo Gutierrez (1992), há dois requisitos básicos para essa compreensão: interpretar a figura plana para convertê-la em um objeto tridimensional e interpretar este objeto, que, muitas vezes, é apenas uma representação mental, de um conceito geométrico real.

A visualização e a representação são elementos essenciais para a formação do pensamento geométrico. Para Gutiérrez (1996, p.9), a visualização em Matemática é “um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, sejam mentais ou físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades”.

A combinação de questões da OBMEP com a geometria dinâmica será feita de modo a proporcionar o desafio (presente nos problemas) e oferecer uma ferramenta que permita um ambiente de exploração e visualização para conduzir a novos modos de pensar na resolução.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA - e tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área. A partir da OBMEP alunos que se destacam são encaminhados para programas como o PIC que possui o objetivo de despertar nos alunos o gosto pela matemática e pela ciência em geral e motivá-los na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas (OBMEP, 2016).

A competição conta com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação. A OBMEP é constituída por problemas que estimulam o raciocínio lógico e que requerem mais do que apenas conhecimento matemático. A prova é dividida em três níveis e feita em duas fases. O nível 1 é destinado a alunos do sexto e sétimo ano do Ensino Fundamental; o nível 2, para alunos do oitavo e nono ano do Ensino Fundamental e; o nível 3, para alunos do Ensino Médio. A primeira fase é feita nas escolas com todos os alunos matriculados, a prova é composta por 20 questões objetivas, cada escola encaminha para segunda fase um determinado número de alunos conforme o número total de alunos

inscritos. A segunda fase é feita em um único lugar para todo município; as questões nesta fase são descritivas.

Metodologia de pesquisa e de ação docente

Para desenvolver o tema desta dissertação será utilizado Estudo de Caso para articular a ação didática com a produção de conhecimento, de forma que a prática de ensino seja vinculada à prática de investigação. A escolha desta metodologia é devido à subjetividade envolvida em uma proposta cuja intenção é analisar como ocorre o processo de aprendizagem com tecnologias a fim de verificar as contribuições desta para o ensino. O Estudo de Caso será usado devido a sua característica de ação. Por estudar uma situação específica sem garantir generalização para as demais situações semelhantes. Assim, “a realidade não é uma entidade objetiva; em vez disso, existem múltiplas interpretações da realidade” (MERRIAM, 1998, p. 22). Desta forma, se quer entender o significado ou o conhecimento construído pelas pessoas, o que possibilita diferentes compreensões e análises. Neste projeto o foco é a forma como os alunos dão sentido ao que será construído. Logo,

O pesquisador traz uma construção da realidade à situação de pesquisa, interagindo com construções ou interpretações de outras pessoas a respeito do fenômeno estudado. O produto final deste tipo de estudo é mais uma interpretação pelo pesquisador de outros pontos de vista já filtrados através de seu próprio ponto de vista (MERRIAM, 1998, p. 22).

A pesquisa qualitativa possui o aspecto subjetivo onde o principal objeto de análise são pessoas. Segundo Borba (2013, p. 2013), “essa visão de pesquisa está baseada na ideia de que há sempre um aspecto subjetivo no conhecimento produzido, não há, nessa visão, neutralidade no conhecimento que se constrói”.

Segundo Borba (...), “o que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida”. E ressalta que nesta modalidade não se deve ignorar informações quantitativas, assim como, pesquisas que seguem outras metodologias.

Para construir uma sequência didática, primeiramente será feita uma seleção de questões da OBMEP. A partir da seleção, serão feitas as construções dinâmicas destas questões, para observar a resolução com o apoio do GeoGebra. As construções realizadas serão testadas, para verificar se estão elaboradas de forma adequada para manipulação de

alunos. Na continuidade da experiência, serão selecionados questões e arquivos para compor a sequência didática, analisando quais ferramentas do GeoGebra serão necessárias. Enfim, ao possuir esses elementos, as aulas poderão ser estruturadas.

A sequência didática em sala de aula será composta de três etapas:

- 1º etapa: No laboratório de informática, os alunos receberão questões selecionadas do banco de questões da OBMEP com o recurso de construções prontas no software GeoGebra para auxiliá-los na resolução.

- 2º etapa: Os alunos receberão questões, também da OBMEP, que deverão resolver fazendo uso do GeoGebra e elaborando uma construção convincente para sua resposta, que torne possível explicá-la a outros alunos.

- 3º etapa: Os alunos deverão apresentar as soluções encontradas e como o desenvolvimento das questões no software GeoGebra os auxiliou e ajudaria outros alunos a resolverem as mesmas.

Esta sequência será aplicada em um grupo de alunos que possuam interesse em matemática em uma escola estadual do município de Gravataí, RS. Os alunos do Ensino Médio serão convidados a participar das aulas. Este grupo deverá possuir 10 alunos em média. A sequência didática será elaborada com apoio no banco de questões da OBMEP, o uso do *software GeoGebra* e disponibilizada no *GeoGebraBook*³. Primeiro será realizada uma pesquisa sobre quais questões serão utilizadas para a primeira etapa e segunda.

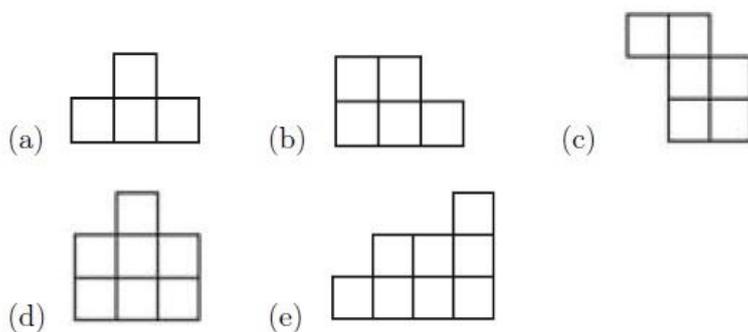
Ao longo da aplicação da sequência didática serão realizadas coletas de informações para análise. As principais informações a serem coletadas serão: conversas de alunos na tentativa de resolver as questões, dúvidas que surgirão, os resultados propostos pelos alunos, os arquivos elaborados pelos alunos, os relatórios dos alunos e anotações diversas feitas pelo professor e alunos, entre outras formas de registros que poderão surgir. As principais formas de coletas que serão usadas serão: gravação de conversas e discussões entre os participantes, filmagens do ambiente de trabalho, anotações feitas ao longo das interações, arquivos salvos das construções realizadas através de mídias digitais e relatórios dos alunos. Os registros coletados serão usados para realizar a análise.

As figuras 1 e 2 apresentam um exemplo de como a tecnologia pode auxiliar a visualização de uma questão, até então estática no papel, em uma perspectiva de espaço.

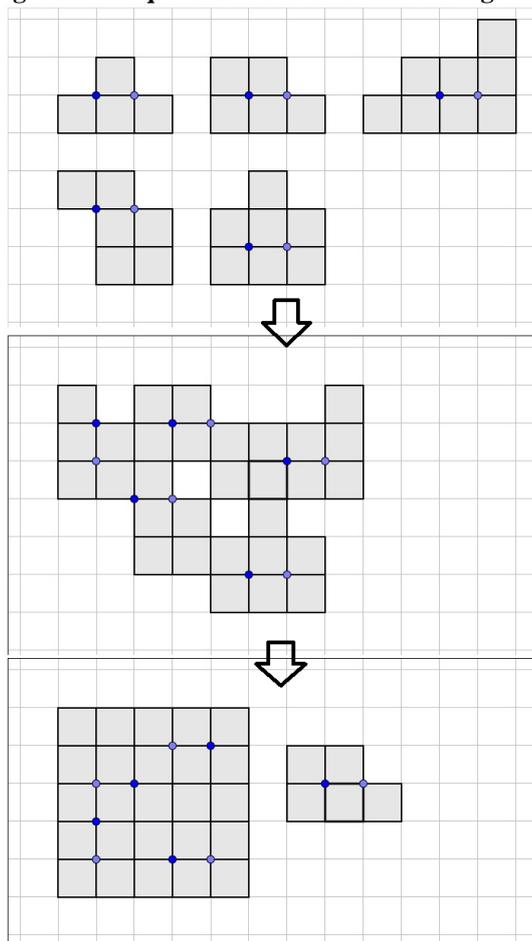
³ Ferramenta disponível em < <https://tube.geogebra.org/>>, possui o objetivo de organizar materiais como em um livro usando o recurso da geometria dinâmica.

Figura 1 : Questão

16. *Peças de um quadrado* – Pedro montou um quadrado com quatro das cinco peças abaixo. Qual é a peça que ele não usou?



Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm> Acesso em: 1 abr 2016

Figura 2 : Arquivo *GeoGebra* com Paralelogramo


Dados da pesquisa.

A figura 2 apresenta a apliqueta inicial do GeoGebra, logo, uma tentativa de resolução e, então, a solução. Essa apliqueta permite a experimentação até sua conclusão.

O produto didático referente a esta dissertação será a sequência didática elaborada e utilizada na fase de validação e análise da aplicação desta, assim sendo possível que esta receba melhorias após seu uso. Desta forma, será uma coletânea de problemas e roteiros, disponíveis para professores de matemática e demais interessados em geometria dinâmica e pela OBMEP, pensadas para a aprendizagem de geometria.

Considerações Finais

É necessário conversar sobre a necessidade de novas formas de desenvolver o raciocínio lógico espacial e dinâmico na matemática. As tecnologias aparecem como uma possibilidade para trabalhar com a geometria dinâmica de forma que propriedades matemáticas sejam mantidas em construções planas e espaciais que se movimentem conforme sua construção. E ainda, o uso de um software dinâmico como o GeoGebra possibilita a experimentação para resolver problemas matemáticos, tornando-se um recurso não estático.

Logo, conversar e pesquisar sobre as tecnologias digitais no ensino se faz necessário para ampliar o seu uso de forma mais eficiente. Os alunos possuem acesso a diversas tecnologias e se torna interessante que enxerguem que estas podem estar presentes em sua vida escolar.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag; COUTINHO Cileda de Queiroz e Silva. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos. In: REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p. 62-77, UFSC: 2008.

BORBA, Marcelo de Carvalho. A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. In: Reunião Anual da Anped, 27. 2004, Caxambu, MG. Anais eletrônicos... Caxambu: Anped, 2004. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf>. Acesso em: 1 out. 2016.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria.** In: VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. 1996, Belo Horizonte.

GRAVINA, Maria Alice. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo. 2001. 277 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GRAVINA, Maria Alice; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, Maria Alice et al (Org.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática**. Porto Alegre: Evangraf, 2012. Cap. 1. p. 11-36.

GUTIÉRREZ, A. Procesos y habilidades en visualización espacial. Memorias Del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometria. Valência 1992. Disponível em: <<http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut92b.pdf>>. Acesso 1 de abril de 2016.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: <<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>>. Acesso 1 de abril de 2016.

MEIER, Melissa. **Modelagem Geométrica e o Desenvolvimento do Pensamento Matemático no Ensino Fundamental**. 2011. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2011. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/54727/000852976.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 19 de maio 2015.

MERRIAM, S. B. Qualitative research and case study applications in education. San Francisco: Jossey- Bass, 1998.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>> Acesso 1 de abril de 2016.