

Vivenciando a elaboração de atividades investigativas em Matemática utilizando o GeoGebra

Vinícius dos Santos Honorato¹

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias e Educação à Distância

Este artigo apresenta uma pesquisa em nível de Mestrado que busca investigar o processo de elaboração de atividades matemáticas investigativas baseadas no uso do software GeoGebra sobre Geometria Espacial. Teoricamente, discute-se aspectos sobre uso investigativo de tecnologias digitais. Metodologicamente, esta é uma pesquisa de natureza qualitativa. Os dados foram produzidos a partir do registro de reuniões de um grupo formado por um professor doutor e alunos de pós-graduação, e também em reuniões do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM). Os registros audiovisuais oriundos das atividades desse grupo serão analisados visando a compreensão do processo de elaboração e aprimoramento das atividades propostas, principalmente com relação ao movimento de desenvolvimento do caráter investigativo do *design* da atividade matemática. As atividades desenvolvidas foram aplicadas em um curso de extensão voltado para professores e futuros professores de matemática. A pesquisa contribui com uma possibilidade inovadora para o ensino de Geometria Espacial com base no uso de um recurso recente de um software de prestígio pedagógico na Educação Matemática.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais; Educação Matemática; Geometria Espacial.

Introdução

Neste trabalho pretende-se investigar a elaboração de atividades matemáticas investigativas com o auxílio do software GeoGebra, abordando Geometria Espacial. Para a produção dos dados um grupo formado por um Professor Doutor e três mestrandos se reuniu para elaborar atividades que seriam posteriormente aplicadas em um curso de extensão direcionado a professores e licenciandos em Matemática. As reuniões do grupo foram documentadas mediante filmagem, e diferentes versões de cada atividade concebidas após cada encontro foram arquivadas para futura comparação. Além disso, as tarefas também foram realizadas e discutidas no âmbito do grupo GPIMEM. Por isso, daqui em diante quando empregada a palavra grupo, está se referindo no grupo composto inicialmente para gerar as atividades, por outro lado se utilizará a sigla GPIMEM para indicar discussões que aconteceram no âmbito deste segundo grupo. O aluno de mestrado que desenvolve este trabalho é sujeito de sua própria pesquisa e está inserido em ambos os grupos de discussão. O curso, para o qual as atividades foram designadas, possui carga horária de 18 horas, divididas em seis encontros. Portanto, notas de campo foram feitas

¹ Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), e-mail: honoratovinicius@hotmail.com, orientador: Dr. Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva.

durante as aulas do curso, mediante à percepção do pesquisador que diz respeito ao papel dos dinamizadores das tarefas apresentadas.

Neste trabalho a palavra atividade é utilizada em seu sentido usual, do dicionário (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) e as palavras tarefa e problema também serão empregadas como sinônimo da mesma, corroborando com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) que também utilizam destes termos para se referir as investigações propostas aos alunos.

Em termos de justificativa e relevância inerentes ao escopo da presente pesquisa, serão abordados ao longo do texto as seguintes temáticas: (1) ensino de Geometria em Educação Matemática; (2) uso de tecnologias digitais em Educação Matemática e; (3) aspectos sobre o software GeoGebra e (4) *design* de atividades matemáticas investigativas.

Discussão Teórica

O movimento da Matemática Moderna deu à Geometria a função de ilustrar o caráter axiomático e dedutivo da matemática, mas acabou por desvalorizar aspectos como observação, experimentação e construção. Tendências curriculares atuais defendem que a Geometria deve ser utilizada na Matemática Elementar como forma de compreender o espaço em que vivemos e perceber aspectos essenciais da matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Em Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tem-se que,

Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante desse tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas (BRASIL, 1998, p.123).

Posto isto, o ensino de Geometria é uma temática de grande interesse e inquietação na Educação Matemática, em parte, por este enfrentar ainda uma forma de concepção tradicional. Bairral, Settimy e Honorato (2013) afirmam que a Geometria é ainda concebida em aulas utilizando-se de uma abordagem tradicional, onde os alunos trabalham atividades abordando temas como nomenclatura de figuras, uso de fórmulas, entre outros. Buscando romper com tais hábitos rotineiros Veloso (1999) enfatiza que as aulas de

Geometria deveriam ocorrer de maneira que a intuição e dedução estivessem sempre presentes estimulando o raciocínio dos alunos.

Nesta pesquisa serão abordadas atividades voltadas para a Geometria Espacial, pois segundo Bairral (2009) muitos estudantes apresentam dificuldades em compreender e representar objetos geométricas, e que este problema se agrava quando explora-se figuras tridimensionais.

As concepções expostas a respeito do ensino de Geometria fomentam a possibilidade de formas alternativas de abordar este tópico em sala de aula sejam exploradas pelos docentes de Matemática. Uma das opções curriculares mais enfatizadas atualmente é a utilização de programas de Geometria Dinâmica, que permitem desenho, construção e manipulação de objetos geométricos, facilitando a exploração de conjecturas e investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013). Softwares com essa característica permitem que figuras geométricas construídas segundo suas propriedades sejam arrastadas sem que suas características matemáticas fundamentais sejam alteradas (ZULATTO, 2003).

O uso de tecnologias digitais se configura como uma alternativa metodológica para o ensino de Geometria. Atualmente existem vários softwares nos quais os sujeitos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, estimulando o chamado “pensar matematicamente” (BRASIL, 2006). O uso de programas traz ao discente uma liberdade para procurar soluções, fazer observações, testar hipóteses e criar conjecturas. Dentre as possibilidades de uso de tecnologias em Educação Matemática, encontramos diversos exemplos nas pesquisas produzidas pelos integrantes do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) (BORBA; CHIARI, 2013), o qual a presente pesquisa está vinculada.

O Software estabelecido como ferramenta para o desenvolvimento das atividades desta pesquisa foi o GeoGebra, por ser um Programa de Geometria Dinâmica e multiplataforma, atendendo a vários níveis de ensino e podendo abordar inúmeras áreas dentro da matemática além da Geometria como, Álgebra, Gráficos e Tabelas². O GeoGebra também é um software de código livre podendo ser obtido mediante download³ gratuito diretamente

² Informação fornecidas pelo Instituto São Paulo de GeoGebra (<http://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>).

³ <https://www.geogebra.org/download>

no site oficial do programa. Desde que foi lançado, em 2001, muitos professores e/ou pesquisadores têm abordado o GeoGebra em suas práticas e pesquisas como ferramenta didático-pedagógica, assim o software foi se consolidando enquanto tecnologia inovadora na Educação Matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

A quantidade de pesquisas envolvendo o GeoGebra é vasta. Além dos diversos Institutos GeoGebra ao redor do mundo, tem sido também realizadas conferências internacionais específicas sobre o mesmo. Nesta pesquisa, visa-se abordar os recursos tridimensionais do software, um artifício que foi incorporado em meados de 2014. Santos

Porém, as pesquisas utilizando a janela de visualização 3D ainda estão em fase inicial se comparadas às demais. Isto deve-se ao fato de que tal recurso foi incorporado ao programa apenas em meados de 2014. Breda, Trocado e Santos (2013) antes da atualização apontada afirmaram que

atualmente, com o desenvolvimento da próxima versão 5.0 do GeoGebra, introduzindo a folha gráfica 3D, a construção de representações algébricas e geométricas de objetos tridimensionais tornou-se trivial e acessível a utilizadores com pouca experiência de trabalho com o GeoGebra. (BREDA; TROCADO; SANTOS, 2013, p. 3)

Mesmo reconhecendo as potencialidades de uma ferramenta tecnológica, se faz necessário argumentar que não somente tais potencialidade caracterizam um ambiente investigativo matemático. Aspectos como *design* de atividades, papel do professor e a forma de uso destas potencialidades numa perspectiva educacional também se constituem como fundamentais para a construção de um cenário de investigação.

Com respeito ao *design* da atividade, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), Investigação em Matemática envolve quatro momentos principais: o reconhecimento da situação, exploração preliminar e sua formulação de questões; formulação de conjecturas; realização de testes e refinamento de conjecturas e argumentação à demonstração e avaliação do trabalho realizado. Portanto, uma atividade matemática investigativa deve possuir um *design* que proporcione ao aluno trabalhar os quatro momentos citados acima. A palavra *design* no contexto desta pesquisa quer significar a forma com que a atividade é apresentada ao aluno, seja qual for a mídia utilizada pelo professor para disponibilizá-la. Richit *et al.* (2012) consideram ainda que atividades de natureza exploratório-investigativas são problemas onde os alunos se envolvem num processo de investigar soluções, buscando estratégias individuais, experimentando e refinando conjecturas.

O papel do professor num ambiente investigativo é imprescindível numa aula investigativa. É necessário que o aluno se sinta à vontade e com tempo suficiente para realizar a tarefa proposta. O aluno deve sentir suas ideias valorizadas discutindo-as com os colegas, sem precisar de uma validação constante do professor (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2013).

Pretende-se nesta pesquisa identificar o caráter exploratório das tarefas desenvolvidas baseando-se na noção de experimentação com tecnologias, que segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p.51) busca “explorar as potencialidades diferenciadas de uma tecnologia” por meio de problemas abertos que admitam mais de uma forma de solução, além de gerarem novos problemas. Para os autores, esta perspectiva proporciona o conhecimento numa dimensão heurística, de descobertas e é apropriada para um ambiente de aprendizagem matemática.

Assim como observar as atividades elaboradas conforme a noção de experimentação com tecnologias, esta pesquisa busca identificar também aspectos voltados ao processo de visualização, a qual Veloso (1999) define como a construção e manipulação de imagens mentais. Com uma linha de pensamento muito próxima à supracitada, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p.53) conceituam a visualização como um “processo de formação de imagens que torna possível a entrada em uma cena de representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente”. Portanto visa-se identificar os momentos em que as atividades proporcionem conexões entre representações, característica fundamental da visualização. Lemos e Bairral (2010) dimensionam este processo como uma forma mais efetiva para uma melhor compreensão da matemática apesar da língua verbal e escrita ser a mais utilizada em sala de aula.

Nesta seção discutimos brevemente o ensino de Geometria, mencionamos alguns aspectos sobre o software GeoGebra e exploramos alguns enfoques com relação ao uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de matemática como a visualização e a experimentação com tecnologias. A seguir, apresentamos os objetivos da pesquisa, a metodologia empregada e as concepções para a análise de dados.

Objetivo, Metodologia e Análise de Dados

O objetivo da pesquisa consiste em investigar o processo de elaboração de atividades investigativas em Geometria Espacial com base no uso do software GeoGebra. Tal objetivo pode ser enunciado enquanto pergunta norteadora da seguinte forma: *Como ocorre o processo de elaboração de atividades matemáticas investigativas sobre Geometria Espacial utilizando-se o software GeoGebra?*

Este estudo se caracteriza como uma pesquisa qualitativa, pois neste perfil pode-se compreender características do fenômeno investigado (BICUDO, 2012). Tal aspecto possibilita, então compreender a forma com que a prática elaborar atividades investigativas com tecnologias se dá no contexto proposto.

A coleta de dados ocorreu durante reuniões do grupo e também em meio as reuniões do GPIMEM, mediante filmagem dos encontros onde as atividades eram discutidas. Ambos os grupos trabalharam de forma colaborativa pois os participantes tiveram liberdade para expressar o que pensavam, estavam dispostos a ouvir críticas, compartilhar significados a respeito do que estavam fazendo e negociar metas e objetivos comuns (FIORENTINI, 2006). Diferentes versões de cada atividade também foram arquivadas para futura análise referente ao *design* de cada tarefa.

Inicialmente, foram elaboradas 7 atividades pelo grupo. Tendo sido propostas uma ou duas por cada participante. Ao longo dos encontros, as atividades foram analisadas com o objetivo que aprimorá-las do ponto de vista investigativo. Após esse processo de criação coletiva, as atividades foram utilizadas no curso de extensão que aconteceu em Junho de 2016, em seis encontros totalizando dezoito horas e possuindo como público professores e futuros professores de Matemática. Dentre o curso, notas de campo foram tomadas pelo pesquisador para serem examinadas com intuito de caracterizar a postura do professor/aplicador das atividades investigativas.

As filmagens estão sendo analisadas segundo a proposta de Powell, Francisco e Maher (2004). Tal modelo propõe a análise de vídeos começando por uma observação profunda dos dados obtidos, em seguida descrevendo o observado. Adiante perpassando pela identificação de eventos críticos, transcrição e codificação. Para, por fim, construir um enredo e uma narrativa sobre o analisado. Portanto a sequência trazida pelos autores pode ser utilizada para análise de sessões de experimentos de ensino e outros tipos de situações de ensino-aprendizagem, como as sessões do grupo formado neste estudo.

As diferentes versões de cada atividade resultam em modificações subsequentes no *design* dos problemas. Desta forma optou-se por utilizar uma caracterização proposta por Borba,

Scucuglia e Gadanidis (2014) que diz respeito à *adaptação/reestruturação* de uma tarefa. Os autores propõem o seguinte: Primeiramente na *adaptação* de uma atividade, sua natureza e objetivo são preservados, porém aspectos relacionados a construção podem ser modificados. Podemos ainda obter duas formas de adaptação: a adaptação direta é aquela em que a construção não sofre mudanças significativas; e a adaptação aprimorada é aquela em que a construção intensifica o caráter experimental da atividade. Em uma *reestruturação* de atividade o objetivo é preservado, porém, a natureza experimental e conceitual da construção é modificada. Então a distinção entre adaptar e reestruturar uma atividade gira em torno do rumo que a natureza da atividade toma dentro desse processo.

Um aspecto importante a ser mencionado com relação a análise de dados da pesquisa se refere a noção denominada *triangulação* (ARAÚJO; BORBA, 2006). Tal perspectiva diz respeito a produção e comparação/contraste entre diferentes fontes de dados. No caso da presente pesquisa, será realizada a triangulação entre os registros audiovisuais das sessões dos grupos colaborativos, as notas de campo do pesquisador, os registros e as diferentes versões das atividades elaboradas. Pretende-se, por exemplo, identificar quais aspectos surgidos em uma reunião influenciaram diretamente na escolha de um dado *design* para uma tarefa. Também pode-se explorar a forma com que um *design* influencia direta ou indiretamente no papel do professor, pensando que uma forma de expor o problema de forma muito explicativa pode ocasionar o ato de os alunos não precisem de intervenção do professor durante a realização de uma implementação. A triangulação de dados não apenas oferece legitimidade com relação à condução da pesquisa, mas amplia o repertório de recursos para compreensão do pesquisador acerca do fenômeno ou situação investigada. A triangulação tem também o papel de atribuir qualidade interpretativa com relação a dimensão intersubjetiva que envolve o papel do pesquisador na pesquisa qualitativa.

Resultados Preliminares

Atualmente a pesquisa encontra-se em fase de análise de dados. A seguir, é apresentada uma das atividades elaboradas voltadas ao uso da janela de visualização 3D do GeoGebra. A Figura 1 mostra a maneira com que atividade foi apresentada pela primeira vez por um dos participantes do grupo.

Figura 1: Atividade em verão inicial

Atividade: Interseção entre plano e poliedros

a) Construa uma pirâmide e também um plano de maneira que suas duas construções se interceptem. Indique a figura gerada na interseção. Explore a ferramenta “interseção de duas superfícies” 

b) Repita os procedimentos do item anterior, agora construindo um prisma. Explore agora o recurso “criar vista 2D de (...)” clicando com o botão direito sobre o polígono gerado pela interseção.

c) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de faces do poliedro explorado e o número de lados do polígono gerado.

d) É possível obter triângulos, quadriláteros e pentágonos regulares a partir da interseção de planos com cubos? Justifique-se.

Fonte – Elaboração do Autor

As figuras 2 e 3 apresentam a atividade acima depois de ser discutida em reuniões do grupo e também do GPIMEM. O objetivo é explicitar como o diálogo entre os participantes da pesquisa proporcionou um aprimoramento qualitativo da atividade do ponto de vista investigativo.

Figura 2: Atividade pós-reuniões 1

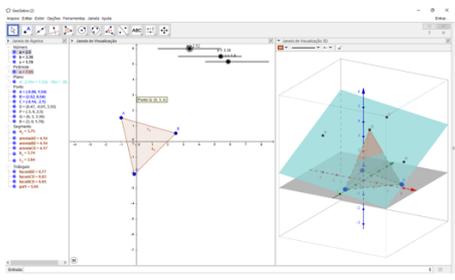
ARQUIVO FERRAMENTAS MODO DE EXIBIÇÃO

ATIVIDADE 7: INTERSEÇÃO ENTRE PLANO E POLIEDROS

- 1) Clique no menu “Exibir” e então em “Janela de visualização 3D”. Construa uma pirâmide da seguinte maneira:
 - a) Na janela 2D crie um polígono para ser a base da sua pirâmide.
 - b) Na janela 3D clique em “Pirâmide”  e depois em “Fazer Extrusão para Pirâmide ou Cone” . Clique sobre a base e defina altura sendo 4.
- 2) Crie um plano da seguinte maneira:
 - a) Construa 3 controles deslizantes  com o nome de a,b,c, intervalo entre 0 e 4 e no item animação altere a velocidade para 4.
 - b) Na caixa de entrada insira os seguintes pontos $P = (-3,0,a)$, $Q = (0,3,b)$ e $R = (3,0,c)$.
 - c) Utilize a ferramenta “plano por 3 pontos”  e crie um plano clicando em P,Q e R que devem estar posicionados

sobre as retas. Clique com o botão direito sobre cada controle e ative a função “Animar”.

Sua construção deve se parecer com o mostrado na figura abaixo:



Fonte – Elaboração do Autor

Figura 3: Atividade pós-reuniões 2

ARQUIVO FERRAMENTAS MODO DE EXIBIÇÃO Atividade Ebrapem - Word

3) Selecione a ferramenta “interseção de duas superfícies” e na janela de álgebra clique na pirâmide e no plano. O que você observa? Observe quantos lados possuem as figuras geradas na interseção. Qual a figura com mais lados possível de ser encontrada?

4) Explore o recurso “criar vista 2D de (...)” clicando com o botão direito sobre o polígono gerado (dentro da tela de 3D ou na janela de álgebra) pela interseção. Neste momento uma nova janela a esquerda deve surgir. O que você observa? Quantas faces possui a pirâmide e quantas arestas possuem as interseções que são mostradas?

5) Repita os procedimentos do item anterior, considerando a construção de um prisma. Não é necessário que desfaça tudo que fez, apenas oculte a pirâmide na janela de álgebra e sobre a base, utilize a ferramenta “Fazer Extrusão para Prisma ou Cilindro”, e determine a altura como 4. Considere novamente os questionamentos finais do item anterior a respeito do prisma.

6) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de faces do poliedro explorado e o número de lados do polígono gerado pela interseção entre o poliedro e plano em cada situação? Por que esta relação acontece? Procure generalizar seu pensamento. Se achar necessário faça mais interseções com poliedros de sua escolha.

7) Construa um cubo no lugar do prisma anterior, usando um quadrado como base na janela 2D. É possível obter triângulos regulares, quadrados, retângulos e pentágonos regulares a partir da interseção de planos com cubos? Se preferir desative a animação e controle o plano manualmente pelos controles deslizantes.

Fim do documento

Fonte – Elaboração do Autor

A primeira das alterações que surgiram na atividade foram propostas por Roberto⁴ que demonstrou a importância de inserir questionamentos do tipo “o que você observa?”. Em alguns momentos a atividade ganhou um *design* chamado pelos participantes do GPIMEM de “passo-a-passo” mediante a característica explicativa de como utilizar as ferramentas do software. Isso pode ser creditado ao fato em que Roberto enfatiza “*A gente não tem o perfil dos participantes. A gente não sabe se é um curso de introdução ou se é um curso de... as atividades não são atividades necessariamente de introdução (...) será que o participante já usou o GeoGebra alguma vez?*”.

A atividade em sua versão final apresenta uma abordagem ao recurso “Animar” do GeoGebra. Acredita-se que neste momento a tarefa traz abordagem que proporciona a experimentação com tecnologia, visto que o este recurso é uma das potencialidades diferenciadas do software ao abordar os controles deslizantes. Também pode-se justificar esta característica pelo fato de que a animação gerada impulsiona o caráter visual e dinâmico do objeto matemático explorado (BORBA, SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), no caso, as seções possíveis poderiam ser vistas simultaneamente devido ao movimento gerado. Estas podiam ainda ser vistas em separado graças ao recurso “criar vistas 2D”.

⁴ Os nomes empregados correspondem a pseudônimos a fim de preservar o anonimato dos sujeitos.

O item 5 foi inserido devido a indicações emergentes em reunião com o GPIMEM onde foi abordada a necessidade de diversificar os poliedros explorados. Laura afirmou que *“Toda a atividade é feita com pirâmide, porém muda bruscamente para um cubo, que é um prisma. Então não tem essa transição”*. Nesta passagem a participante se referiu ao fato de toda a atividade abordar apenas um tipo de poliedro, a pirâmide, porém no último item se trabalha um cubo, um exemplo de prima.

Indagações que indicavam a contagem de arestas e faces foram tomadas durante alguns itens da atividade para que já fosse induzido o questionamento do item 6. Esta sugestão também surgiu em reunião do GPIMEM mediante a fala de Ana Luiza *“então poderiam existir sub itens (...) para ajudar os alunos nesse processo, pra eles generalizarem aquilo que vocês pretendem”*.

O Item 7 foi tomado como um salto longo ou como outra atividade durante as discussões do grupo, porém foi mantido, levando em conta que problemas investigativos devem gerar outros problemas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Além das reuniões do Grupo, as discussões com o GPIMEM também se mostraram significativas para o aperfeiçoamento investigativo das atividades. Alguns dos aspectos percebidos até o presente momento podem ser destacados como por exemplo o fato do *design* de cada tarefa ter sofrido modificações a cada reunião, algumas atividades chegaram a conter 4 versões diferentes. Este fato se relaciona a fala de Roberto na primeira reunião na qual alertava que *“cada autor vai ficar responsável por compilar as observações e fazer as alterações em sua atividade, (...) que vai mudar de novo mediante aos comentários do GPIMEM e assim por diante”*. Roberto quis explicitar o dever de cada integrante do grupo se responsabilizar por realizar as modificações discutidas para sua atividade, bem como exemplificar os momentos em que a cada reunião surgiriam novas versões de cada tarefa.

Uma das atividades que abordava construções geométricas no espaço, foi tratada como um assunto que poderia ser desconhecido dos alunos, o que tornava necessário um certo condicionamento, visando o andamento da atividade (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Em dada ocasião Valéria afirmou *“talvez fazer uma... aaaahn... mais uma antes pra eu poder realmente verificar, que só com duas a gente não conseguiu perceber que com o triangulo montava o tetraedro e...”*. Para atender a sugestão, mais uma construção inserida como um exemplo, sendo também discutida a possibilidade de que ainda outro exemplo compusesse o *design* da atividade. Ainda sobre a mesma atividade em implementações

feitas antes do curso de extensão dentre as reuniões do Grupo GPIMEM foi enfatizada a importância da mediação do aplicador, sem levar os alunos diretamente a resposta.

No momento atual de pesquisa busca-se aprofundamento teórico em Levy para discutir as ideias de coletivo pensante e inteligência coletiva para analisar o processo de elaboração das atividades dentro dos grupos propostos.

Referências

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**, 1ª Edição, Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009.

BAIRRAL, M. A.; SETTIMY, T. F. O.; HONORATO, V. S. Secionando um cubo: O que fazer se três pontos não determinarem um plano? **Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)**, Curitiba v. 2, n. 2, p. 180-202, jan-jun. 2013.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba v. 5, n. 2, p. 15-26, mai-ago. 2012.

BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L.: Construindo pesquisa coletivamente em educação Matemática. In BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BORBA, M. C.; CHIARI, A. **Tecnologias digitais e Educação Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e Internet em Movimento**. 1ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

BREDA, A.; TROCADO, A.; SANTOS, J. O GeoGebra para além da segunda dimensão. **Indagatio Didactica**, Aveiro v. 5, n.1, p. 60-84, julho. 2013.

FIORENTINI, D.: Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2ª edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2006

LE MOS, W. G. BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do ensino médio**. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2010.

PONTE, J. P.M.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. **Bolema**, 21, 2004. 81-140.

RICHIT, A. et al. Contribuições do Software GeoGebra no estudo de cálculo diferencial e integral: uma experiência com alunos do curso de geologia. **Revista do Instituto Internaciona de Geogebra de São Paulo**, São Paulo v. 1, p. 90-99, 2012.

VELOSO, E. Ensino da geometria: Ideias para um futuro melhor. In Veloso E.; Fonseca H.; Ponte J. P.; P. Abrantes (Eds.), **O ensino da Geometria no Virar do Milénio**. Lisboa: Dep. Educação / Fac. Ciência, 1999, pp. 17-32.

ZULATTO, R. B. A. **O perfil dos professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica em suas aulas**. In: VALENTE, V. R. (Org.) **Anais do II SIPEM**. São Paulo. SBEM, 2003.