

**Pesquisando em formação docente: O que sabem sobre o conceito de número racional na sua representação fracionária e seus diferentes significados professores dos anos iniciais que ensinam matemática?**

Aparecida Ferreira Lopes<sup>1</sup>

**GD07 – Formação de Professores que Ensinam Matemática**

**Resumo:** Este projeto tem por objetivo analisar o processo de formação e suas influências em (re) construções do conhecimento de frações e seus diferentes significados em práticas de professores dos anos iniciais. Realizamos uma pesquisa qualitativa baseada nos pressupostos da pesquisa do tipo intervenção, que significa a existência de um planejamento e a implementação de interferências, mediações (reflexões, possíveis mudanças, inovações pedagógicas). É uma pesquisa aplicada com professores dos anos iniciais no desenvolvimento de prática sobre frações. Apresentamos uma proposta de formação enquanto curso de extensão na qual abordaremos tarefas que associam as concepções de números fracionários: medida, operador, parte-todo, quociente, razão e, além de possíveis metodologias para desenvolvimento dessas tarefas e a teoria que as justificam. A Geometria será nossa aliada nesse processo de visualização de frações, assim como alguns recursos manipuláveis. A produção dos dados se dará a partir de observações e de escutas dos relatos feitos pelos professores durante a formação, mas também no desenvolvimento das atividades propostas. Às observações serão registradas por meio de filmagem, imagens, áudio de discussões e escrita dos relatos. As atividades trabalhadas no curso de extensão serão discutidas e propostas para que os professores apliquem na íntegra ou adaptem para suas salas de aula e tragam resultados dessas experiências que serão narrados e discutidos no curso de formação. Como produto educacional nós teremos uma proposta de um curso de extensão para formação de professores dos anos iniciais e para todos os que acharem que será útil na sua prática para o ensino de frações.

**Palavras-chave:** Formação de professores; Frações; Intervenção; anos iniciais.

### **Introdução**

Acreditamos que as frações são conteúdos considerados difíceis na matemática, tanto para quem ensina como para quem aprende. Alguns fatores colaboram para isso. O ensino de frações se dá por volta do quinto ou sexto ano (no ensino fundamental de nove anos), período em que as crianças passam a ter uma disciplina exclusiva de matemática, ao sair da unidocência. O professor tem que cumprir prazos determinados e é dentro desses prazos que o ensino de conteúdo muito específico deve acontecer. Não é diferente, os métodos de memorização, repetição de um algoritmo e de “técnicas” de resolução, encontram um

---

<sup>1</sup>Instituto Federal do Espírito Santo, e-mail: cidalopeses@gmail.com, orientadora: Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva.

obstáculo em um dos conteúdos que exige um maior grau de abstração. Essa peculiaridade no estudo das frações, em relação à abstração e à compreensão reveste-se de uma dimensão psicológica.

[...] Desse aspecto pedagógico, de um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica (SILVA, 2007, p.295).

Ao se tratar deste assunto, nos questionamos: será que o professor conhece essa ação do pensamento e esse grau de abstração para o ensino e aprendizagem de frações? Essa pergunta implica na formação docente, que é um dos focos de ação que pretendemos realizar.

Investigando sobre o tema, verificamos que tem demonstrado que o foco ainda nem sempre é tratado em formação inicial docente. Essa questão é tangenciada em outras discussões, “uma grande predominância de questões que de certa forma tangenciam a formação docente, mas não compõe [sic] pesquisas propriamente ditas sobre formação de professores” (NACARATO; PAIVA, 2008, p. 12).

Segundo Cyrino (2014) têm professores que ensinam matemática mesmo sem ter tido oportunidades para conhecer, discutir e refletir sobre conceitos matemáticos. Ela relata em relação aos professores que

Durante sua formação inicial ou continuada, muitos deles não tiveram acesso a informações a respeito de elementos, conceitos, temas matemáticos, nem oportunidade ou estímulo a discussões e a reflexões cuja preocupação fosse às implicações dessas idéias no ensino e na aprendizagem da Matemática (CYRINO, 2014, p. 62).

Para essa autora, a falta de oportunidade para um aprendizado que possibilitasse reflexões sobre conceitos, tornam esses professores fragilizados e inseguros para ensinar alguns temas, entre eles frações, números racionais, razões ou mesmo o raciocínio proporcional (CYRINO, 2014). Portanto, pesquisas que trabalhem formação docente e contribuam para a ampliação desses conhecimentos são importantes de serem realizadas e esta é nossa proposta de ação. Desta maneira nossa investigação tem por objetivo analisar o processo de formação e suas influências em (re)construções do conhecimento de frações e seus diferentes significados em práticas de professores dos anos iniciais.

Defendemos que o assunto frações, por se tratar de um conteúdo que contribui com o desenvolvimento intelectual do aluno deve ser levado para a sala de aula de modo que

estes possam construir esse conceito a partir de diferentes ações em práticas pedagógicas. Pesquisas como a de Santos (1993) mostram que os alunos sentem dificuldades em adquirir o conceito de frações. Behr (1983) acredita que o conceito de fração é uma das mais complexas e importantes ideias matemáticas e que o ensino e aprendizagem envolvem três aspectos: Prático - que evidencia a extensão dos números naturais; O psicológico- O estudo de frações surge como uma oportunidade de alavancar e expandir estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual; e, o último refere-se à perspectiva da Matemática, já que os primeiros estudos de frações que darão fundamentos às ideias matemáticas mais complexas, como exemplo as operações algébricas elementares a serem desenvolvidas ao longo do ensino de matemática. Ampliando essa discussão temos que Bertoni (2009) afirma que o baixo rendimento dos alunos encontrados em avaliações e pesquisas, comprovam que o conteúdo de frações têm sido um dos mais difíceis do ensino fundamental.

Após análise dos argumentos pesquisados até aqui, se é considerado difícil, se os professores precisam de formação e esses autores apontam poucas pesquisas; ainda se as pesquisas atestam baixo rendimento de alunos no assunto frações então, esta abordagem se justifica a partir da proposta deste trabalho junto com uma proposta de formação docente. Buscamos saber nesta pesquisa: **Como uma proposta de formação docente influencia em (re)construções de conhecimentos sobre frações e em práticas de professores dos anos iniciais?**

Pensamos para o nosso objetivo geral - **Analisar o processo de formação docente e suas influências em (re)construções do conhecimento de frações e em práticas de professores dos anos iniciais.** E organizamos os específicos da seguinte forma:

- Investigar práticas de professores dos anos iniciais no ensino de frações.
- Identificar conhecimentos de frações de professores dos anos iniciais.
- Analisar (re)construções de conceitos de frações por professores dos anos iniciais durante a formação.
- Produzir um caderno com um curso de extensão a ser desenvolvido via propostas de atividades para o ensino de frações nos anos iniciais.

## 2. FORMAÇÃO DOCENTE E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

Apresentamos o levantamento bibliográfico, que compõe o referencial teórico, e a revisão de literatura relacionada ao tema proposto nesta pesquisa. Entende-se como referencial teórico autor, cuja base teórica fundamenta as discussões de trabalho. Como revisão de literatura, trazemos uma exploração sobre o ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental e a formação de professores dos anos iniciais que ensinam matemática, em trabalhos já desenvolvidos. Nesse levantamento encontramos autores que desenvolvem estudos sobre a formação de professores dos anos iniciais e sobre o conceito de frações. Falamos um pouco de cada um deles a seguir, para justificar a importância em nosso trabalho.

## **2.2 Revisões de Literatura**

Foram evidenciadas pesquisas recentes sobre frações e a formação de professores. As produções analisadas foram as dos últimos três encontros – IV SIPEM (2009), V SIPEM (2012) e VI SIPEM (2015). Foram consultados os Anais do SIPEM, relativos aos Grupos de Trabalho: Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – GT 01 e Formação de Professores que ensinam Matemática – GT 07. Citamos alguns desses trabalhos analisados.

De acordo com Silva (2007, p.100), a tendência crítico-reflexiva da formação continuada de professores, compreende que existe a necessidade de estimular os docentes a se apropriarem do saber, de modo a construir autonomia e concretizar uma “[...] prática crítico-reflexiva, abrangendo a vida cotidiana da escola e o saber derivado da experiência docente”. Assim, a própria prática pedagógica torna-se objeto de estudo, reflexão e pesquisa. Corroborando essa ideia, Freire (2002) destaca que a prática da pesquisa é inerente ao trabalho do professor. No seu entendimento,

[...] o que há de pesquisador no professor não é uma qualidade ou uma forma de ser ou de atuar que se acrescente à de ensinar. Faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa. O de que se precisa é que, em sua formação permanente, o professor se perceba e se assuma, porque professor, como pesquisador (FREIRE, 2002, p. 43-44).

Santos (2014) em sua dissertação apresenta um estudo que, teve por objetivo compreender o estado – concepções em que se encontra o conceito de fração, para professores que atuam no Ensino Fundamental. A proposta de investigação foi identificar se “é possível reconhecer as concepções dos professores que atuam no 1º e 2º ciclos (polivalentes) e nos

3º ciclos (especialistas) do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao conceito de frações? Se sim, quais? Se não, por quê?

O pesquisador apóia-se na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1998) e nas ideias teóricas de Nunes e Bryant (1997); Nunes et al. (2001) e sobre os resultados dos seus estudos que ancoram essa investigação, e em autores como Behr et al. (1992) que afirmam existir entre os pesquisadores e educadores matemáticos um consenso de que aprender as noções envolvendo os números racionais (fração) continua sendo um sério obstáculo na aprendizagem dos alunos.

Para responder a esse questionamento, o autor realizou um estudo diagnóstico com 67 professores do Ensino Fundamental, distribuídos em sete escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo. A pesquisa de campo foi dividida em dois momentos: o primeiro momento foi solicitado aos professores que elaborassem seis problemas envolvendo o conceito de fração e, no outro momento foi pedido que resolvessem o próprio problema. A análise dos dados aconteceu assim: primeiro o autor analisou o enunciado dos problemas elaborados e, no outro momento, foi analisado estratégias de resolução adotada pelos professores. O que foi observado é que tanto os professores polivalentes quanto os especialistas, mostram uma tendência em valorizar a fração com o significado operador multiplicativo na elaboração dos problemas. Já em relação à resolução dos problemas, nos três grupos, os aspectos procedimentais são valorizados - aplicação de um conjunto de técnicas e regras (algoritmo). O autor conclui que não há diferença de concepções nos três grupos, em qualquer uma das fases, seja de elaboração ou de resolução de problemas de fração. E afirma que é provável que essas concepções carreguem fortes influências daquelas construídas na educação básica. E conclui que

Ao refletir sobre o fechamento do estudo, tem a convicção que se faz necessário um trabalho consistente de formação de professores, tanto de professores especialistas como polivalentes, a partir de novos enfoques didáticos e pedagógicos sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de fração. (SANTOS, 2005, p.197)

Os autores apontam que o conhecimento profissional docente influencia diretamente o processo de formação continuada do professor. Destacaram também a importância de um enfoque mais amplo da noção de fração tanto em cursos de formação inicial como de formação continuada. Concluíram que é necessária uma constante reflexão sobre a prática, sobretudo em ambientes que propiciem um trabalho colaborativo. Concordamos com os

autores, quando falam da necessidade em desenvolver ações que proporcionem o aprendizado de fração de professores dos anos iniciais, tanto durante a formação inicial como a continuada. Assim, identificamos a importância da formação sobre fração e seus significados para professores dos anos iniciais, de modo a contribuir para a melhoria da qualidade deste ensino nos primeiros anos do ensino fundamental.

Dialogando com os autores sobre o processo de ensino e aprendizagem em relação a formação dos professores dos anos iniciais ao ensinarem frações, acreditamos que a proposta de um curso de formação para esses sujeitos, com o tema frações e seus diferentes significados, possa contribuir para reflexão e possibilitar a ampliação e a (re)construção dos conhecimentos desses professores.

## **2.1 Referencial Teórico**

Ainda estamos investindo em leituras para ampliar os referenciais teóricos a serem utilizados para fundamentar esta pesquisa. Para discutirmos sobre a formação de professores dos anos iniciais nos baseamos em Serrazina, em especial sobre conhecimentos docentes, vamos tomar os estudos de Shulman (1986; 2005) como base. A respeito do ensino de frações nos anos iniciais do ensino fundamental inicialmente utilizamos a classificação proposta por Nunes (2005) ampliado a partir de pesquisas proposta por Behr (1983), discussões de Cyrino (2014) e Onuchic (2008).

Considerando a formação de professores dos anos iniciais e partindo do princípio que esses sujeitos não possuem formação inicial específica em Matemática e precisam trabalhar com conteúdos da disciplina, estudos de Shulman (1986) afirmam que para ensinar é necessário que o professor domine diversos conteúdos docentes. Além disso, para Shulman (2005) as formas de ensino referem-se à gestão em sala de aula e estão ligadas à ação e à relação do professor com a turma e é a partir da reflexão de processos vivenciados na prática que o professor avalia suas ações e, a partir de então constrói novos conhecimentos. Serrazina (2014), reafirma esta discussão indicando que a formação continuada deve “contribuir para que os professores avancem no nível de compreensão das suas práticas” (p. 1054). Esses autores ainda indicam que este processo envolve reflexão sobre a prática e que

Quando os professores aprofundam o seu conhecimento e exploram novos materiais e novas tarefas de ensino, muitas vezes encontram surpresas que desafiam as suas crenças sobre a forma como os alunos aprendem e adquirem conhecimento matemático. Aquilo que os professores podem fazer na aula com

os seus alunos e as reações destes às novas propostas parecem ser muito relevantes. É esta dinâmica entre a mudança das práticas e das crenças que pode resultar numa reorganização substancial do ensino e numa alteração do conhecimento do professor. Este processo pode ser alcançado através da reflexão, quer sobre as propostas curriculares, quer sobre as práticas, e, como consequência, sobre o que significa aprender e ensinar Matemática (SERRAZINA, 1999, p. 141-142).

Na nossa pesquisa o conhecimento matemático que os professores precisam (re) construir é o de frações, com o intuito de aprofundar a discussão sobre o tema trazemos alguns autores e discussões sobre as frações. Apesar de ser um conceito que começa a ser estudado nos anos iniciais encontramos dificuldade de aprendizagem e de ensino. Estudos mostram que as frações são ensinadas dando ênfase em alguns significados apenas enquanto outros não são trabalhados por falta de conhecimento dos professores. Eles ensinam, mas não tiveram oportunidade de aprofundar nos conhecimentos sobre frações.

Para Kieren (1988) o conceito de número racional pode ser construído a partir de considerações dos quatro seguintes subconstructos. Para esse autor constructos seriam os conceitos e subconstructos são pequenos conceitos que juntos formam o conceito maior. São eles: quocientes, operadores, medidas e razões. Ele não menciona o subconstructo parte-todo, porque entende que já estão presentes nos subconstructos quociente, operador e medida (KIEREN, 1983, p.57). Nunes (2003) em diálogo com as ideias de Kieren (1988), afirma que uma aprendizagem sobre fração pode ser aprendida com maior sucesso quando se explora os seus diferentes significados, e, sendo da maior importância considerar os invariantes operatórios do conceito de forma clara na elaboração de atividades.

Diferentes autores apresentam listagens distintas com possíveis interpretações a respeito dos significados de frações. Em relação aos significados de frações, pensamos em adotar a classificação feita por Nunes (2003), que considera cinco significados: Parte-todo, Operador Multiplicativo, Quociente, Número e Medida.

Fazio e Siegler (2011 apud VAZ, 2013) recomendam que os professores devem promover estratégias de ensino para que os alunos desenvolvam o “conhecimento conceitual de frações” (p. 6). Além disso, “[...] o conhecimento do significado das frações, de suas magnitudes e relações com grandezas físicas. Trata-se de uma compreensão de como os procedimentos aritméticos com frações são matematicamente justificados” (p. 6). Essa recomendação amplia a necessidade de discussão do tema em espaços de formação com professores dos anos iniciais que ensinam matemática.

### **3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

#### **3.1 A pesquisa**

A pesquisa que realizamos tem natureza qualitativa no qual realizamos uma proposta de curso de extensão sobre frações com professores dos anos iniciais, no Instituto Federal do Espírito Santo – IFES, Campus Vitória, no ano de 2016. Temos o interesse de investigar como essa proposta de formação docente influencia em (re)construções de conhecimentos sobre frações e em práticas de professores dos anos iniciais que ensinam Matemática. Esse espaço de formação privilegia ações colaborativas entre pesquisadores e professores participantes possibilitando assim, momentos de descrever e explicar a realidade num movimento de intervenção, e reflexão sobre suas práticas em relação ao ensino de frações e de (re) construí-la.

A realização do curso de formação pode ser caracterizado como oportunidade de intervenções para a (re) construção do conhecimento de frações por professores dos anos iniciais. Segundo Damiani et al (2013), a orientação metodológica da pesquisa do tipo intervenção, que tem intenção de produzir mudança em uma realidade a partir de um problema real com aplicação, dá condição aos pesquisadores de modificar uma prática que, no nosso caso é sobre frações. Além de contribuir para o desenvolvimento de uma prática pedagógica inovadora, que poderá ser entendida como uma ferramenta para enfrentar um problema de aprendizagem.

Mediante as características aqui postas, identificamos a pesquisa do tipo intervenção como a metodologia a ser utilizada em nosso trabalho. Apresentado nosso pensamento e o formato em que ela foi construída, detalhamos suas características a seguir.

Destacamos que nosso projeto já foi aprovado pelo Comitê de ética na pesquisa (CEP) e que estamos tomando todos os cuidados para atender a proposta apresentada. Os participantes já assinaram os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de cessão de uma de imagem e voz, também utilizaremos nomes fictícios para não identificar os participantes.

### **3.2 Contexto da pesquisa**

A pesquisa tem seu desenvolvimento com oficinas que serão conduzidas em cada um dos encontros do curso de extensão intitulado: “Redescobrimo Frações e seus diferentes Significados” e com ações e reflexões em práticas pedagógicas dos participantes. Este curso é ofertado pelo Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas em Matemática – GRUPEM – no Ifes Campus Vitória, representa também uma das ações do programa de extensão - Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo e do projeto de pesquisa “Laboratório de matemática – LEM do IFES/Vitória: atividades, reflexões e formação de professores”, coordenado pela orientadora deste trabalho, aprovado pela Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo – FAPES. O curso possui uma carga horária de 80 horas e está organizado em 7 encontros presenciais, realizados quinzenalmente, e não presenciais com atividades a distância realizadas no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) e em sala de aula. Os encontros presenciais acontecem no Laboratório de ensino de matemática – Lem - do Ifes Campus Vitória, no período de 12 de setembro a 21 de novembro de 2016, às segundas-feiras, das 18 às 22 horas. Foi lançado o edital público para a seleção dos professores que participam da pesquisa. Fizeram a inscrição 151 professores. A classificação obedeceu a ordem de inscrição, de modo que foram contemplados as 20 primeiras inscrições recebidas que atenderem aos requisitos de estarem atuando em sala de aula de escolas públicas. Inserimos mais 4 professoras que participam do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Assim, temos como participantes da pesquisa um total de 24 professores.

O curso de formação em forma de curso de extensão pretende aprofundar conhecimentos de frações e seus significados. Ele tem como proposta momentos de discussões, reflexões, construções e reconstruções de conhecimentos sobre o tema citado proporcionando momentos de ensino aprendizagem e reflexões da própria prática. Assim, esperamos ao final do curso atingir essas propostas e fomentar outras que possam contribuir para ampliação do conhecimento dos participantes e maior segurança no ensino de frações e seus significados.

### **3.3 Produção e análise de dados**

Os dados são produzidos a partir de encontros presenciais, utilizamos o diário de bordo das pesquisadoras como ação de registro dos encontros que são filmados, audiogravados e fotografados. Posteriormente, os dados são transcritos a partir de eventos críticos identificados a partir de anotações no diário de bordo e da escuta das gravações. Usamos um questionário semiestruturado para construirmos o perfil dos sujeitos e entendermos algumas ideias iniciais sobre frações, seu ensino e aprendizagem. Outra fonte de produção de dados são as atividades desenvolvidas no ambiente virtual Moodle, no qual colocamos fóruns reflexivos e atividades a serem desenvolvidas. O grupo criado no WhatsApp para que os professores dialoguem entre si e postagem imediata de atividades práticas sobre o significado de frações que desenvolvem em sala de aula. Isso, com os seus relatos sobre essas atividades, nos ajudará a entender e perceber se objetivos estão sendo alcançados.

Ao longo do curso também faremos entrevistas abertas com os professores cursistas, além de atividades escritas; e narrativas (auto)biográficas orais sobre o que realizaram em sala de aula, conforme entendimento de (Nacarato; Mengali; Passos 2011) ao narrar, a professora toma consciência da sua própria formação, busca o conhecimento de si mesma, estabelece relações com espaços e tempos contextos que lhe foram marcantes durante a formação.

A análise será feita a partir do aprofundamento nos dados e ainda não estruturamos categorias ou outra forma de apresentar os resultados desta pesquisa, visto que iniciamos os encontros a pouco tempo em relação a submissão deste artigo.

#### 4.PRODUTO EDUCACIONAL

Estamos inseridos num mestrado profissional no qual precisamos pensar num produto educacional. Assim, com a realização desta pesquisa pensa-se em produzir um caderno com uma proposta de “Formação docente para discussão sobre o ensino de frações nos anos iniciais”. Pretendemos preparar uma formação, aplicar aos professores e publicar os resultados que servirá como material de formação para outros professores dos anos iniciais e todos os que tiverem interesse em conhecer os resultados da pesquisa relacionada ao ensino de frações. O material será validado no próprio curso de formação, vinculado a esta pesquisa. O Caderno será desenvolvido em parceria com o programa EDUCIMAT, que poderá contribuir com a divulgação e a disponibilização do material em arquivo digital. Esse produto contribuirá para o fortalecimento da área de Ensino de Matemática, em especial com a formação de novos pesquisadores, e reforçará a visão do Instituto Federal do Espírito Santo como sendo um dos pólos de promoção e reflexão sobre a formação de professores que ensinam matemática.

#### Referências

- BEHR, M. J. et al. Rationalnumber, ratio, and proportion. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Hand book of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, 1983, p. 296-333.
- BERTONI, N. E. **Educação e Linguagem Matemática IV: Frações e Números Fracionários**. Brasília, Universidade de Brasília, 2009.
- BOTTA, L.; ONUCHIC, L. R. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, V. 5, n. 3, p. 5-8, 1997.
- CYRINO, M. T.; GARCIA, T. R.; OLIVEIRA, L. P. de; ROCHA, M. R. **Formação de professores em Comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina: UEL, 2014.
- DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F.; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 02/2016.
- NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- NUNES, T. et al. **The effect of situations on children’s understanding of fractions**. Trabalho apresentado à British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, June, 2003.
- ONUCHIC, L. de la R; ALLEVATO, N. S. G. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 21, n.

31, p. 79 – 102. 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2106>>. Acesso em: 15 abril. 2016.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005, 196 f.

SERRAZINA, M. de L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. **Quadrante**, Vol. 8, p. 139-168, 1999.

SERRAZINA, M. de L. O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, out./dez. 2014. Disponível em: [http://www.ufrgs.br/edu\\_realidade](http://www.ufrgs.br/edu_realidade) Acesso em: 02 de junho de 2016.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n.2, Washington, February, 1986, p.4-14.

Shulman, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de La nueva reforma Profesorado. **Revista de Currículum y Formación de Profesorado**. V. 9, n. 2, 2005. ISSN 1138-414X. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56790202>> , Acesso em: 23 de novembro de 2014.

SILVA, J. A. da. Modelos explicativos elaborados por adolescentes de adultos para o cálculo com frações: da percepção ao pensamento operatório. **Educação matemática pesquisa**, v. 9, n.2, p. 169-349, 2007.

VAZ, R. F. N. **Metodologia didática de análise de soluções aplicada no ensino de frações**. Dissertação (mestrado em Educação Matemática). UFF Rio de Janeiro, Brasil. 2013.