

Um estudo sobre conhecimentos de professores para abordagem da Simetria articulado as Artes Visuais.

Luciana Ferreira Santos¹

GDn^o7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

Este estudo tem como objetivo analisar conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao abordar Simetria articulado as Artes Visuais. Para isso, tomamos como pressupostos teórico-metodológicos os domínios de conhecimento do professor de matemática desenvolvidos por Ball (2008). Esta pesquisa tem o caráter de pesquisa ação, por envolver um processo de aprendizagem para todos os participantes sem a separação entre sujeito e objeto, esse processo é desenvolvido como um espiral, estruturado por três etapas: primeira, encontros para discussão dos conteúdos da simetria e artes visuais a partir das perspectivas (conhecimento do conteúdo específico, conhecimento do conteúdo de ensino, conhecimento do conteúdo do aluno e conhecimento do conteúdo do currículo); segunda, o planejamento de aulas pelos professores; terceira, a observação da aula dos professores em que produziremos protocolos que serão analisados posteriormente pelos docentes. Os sujeitos serão professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para atendermos as características da natureza desse estudo, adotaremos uma abordagem qualitativa e interpretativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). As categorias analíticas emergirão a priori do aporte teórico e a posteriori a partir dos dados coletados. Esperamos com este estudo fomentar a discussão sobre conhecimento do professor.

Palavras-chave: Conhecimento do Professor; Simetria; Artes Visuais; Ensino;

Ponto de Partida...

A relação entre Matemática e Arte causa certo estranhamento, isso porque, aparentemente, são campos do saber estão afastadas pela clássica dicotomia razão x emoção. No entanto, há entre eles mais aspectos em comum do que pontos de divergência, podendo incentivar nos meios educacionais problematizações interessantes para ensino e aprendizagem de ambos.

Quando pensamos em Arte precisamos entender que existe o exercício da lógica nas resoluções estéticas elencadas e aplicadas pelos artistas e grupos culturais. Como não encontrar a aplicação de conceitos de Simetria nas gravuras de Maurice Escher? Assim como, é impossível negar a presença da Arte nos padrões geométricos percebidos por Pitágoras na natureza? Da pré-história até os dias atuais é possível identificar inúmeros exemplos que comprovam a relevância da Matemática para as produções artísticas. Assim, a capacidade criadora, a imaginação, o pensamento visual e a estética não deve restringir-se ao contexto artístico, mas estender-se para aulas de Matemática.

¹ Universidade Federal de Pernambuco, e-mail: lfsantos20r@gmail.com, orientadora: Prof.^a.Dr.^a. **Rosinalda Aurora de Melo Teles.**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997); o Referencial Curricular para Educação Infantil (BRASIL, 1998); o Guia do livro didática de matemática (BRASIL, 2007; 2008), a versão revisada da Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2016,) recomendam um diálogo permanente entre a Matemática e Arte, principalmente envolvendo conteúdos geométricos,

é possível realizar trabalhos em formas geométricas por meio da observação de obras de artes, artesanato (cestas, rendas de rede) de construções de arquitetura, pisos mosaicos, vitrais de igreja, ou ainda de formas encontradas na natureza, flores, folhas, casa de abelha, teias de aranha, etc. (RECNEI,1998, p.230)

Estudos internacionais como o *Critical Links: Learning the arts and student social and academic developmente*, (2002) indicam que a aprendizagem em Arte desenvolve as habilidades matemáticas. Segundo a pesquisa, ouvir música, por exemplo, desenvolve capacidade de compreender a relação de ideias e objetos no espaço e no tempo.

Pesquisadores brasileiros em Educação Matemática, Flores (2007); Leivas (2009); Meneguzzi (2009); Serenato (2008); Zago (2009); Fainguelern e Nunes (2006) destacam a importância da Matemática e Arte, por promover no estudante a capacidade de resolver problemas, cria o hábito de investigação, formação de uma visão científica da realidade, percepção da beleza e da harmonia e desenvolvimento da criatividade.

Santos e Teles (2012) em estudo desenvolvido em livros didáticos de matemática dos anos iniciais identificaram atividades que abordam Simetria através da leitura de imagens, da contextualização e do fazer artístico. Essas ações de ensino da Arte possibilitavam o desenvolvimento do conhecimento estético, visual e cultural. Assim como, colaboravam na contextualização de situações-problema que envolvia reconhecimento de Simetria e construção de imagens simétricas. Entretanto, as atividades propostas nos livros didáticos analisados apresentavam lacunas conceituais referentes ao conteúdo. As propriedades (equidistância, congruência, conservação da amplitude do ângulo) não eram explicitadas nas situações-problema propostas ficando sobre responsabilidade de o professor revela-las.

Diante deste aspecto, Santos e Teles (2012) questionam se os professores possuem os conhecimentos necessários para abordarem Simetria atrelada as Artes Visuais em livros didáticos de matemática? Afinal, os professores precisam ter conhecimento dos conceitos

que envolvem conteúdos geométricos e, conhecimentos dos elementos que constitui a linguagem visual.

Num breve olhar sobre as pesquisas que discutem o conhecimento geométrico do professor identificou-se que estas descrevem uma carência do professor em relação aos conhecimentos matemáticos, principalmente no que se refere ao conhecimento do professor no eixo da Geometria. Eda Curi (2005, p.159) constatou que,

No que concerne aos conteúdos matemáticos mais difíceis para esse grupo, sem dúvida a geometria foi o mais citado. (...) A geometria não foi estudada em seu tempo de estudante do Ensino Fundamental, nem na formação do Curso de Magistério; por isso não gostam de Geometria e/ou se sentem inseguras para ensiná-la; precisam estudá-la primeiro para depois ensinar.

O cenário é descrito por Nacarato e Passos (2003) confirma esse aspecto, e evidencia que os professores que atuam nas séries iniciais não tiveram formação em Geometria para lhes dar segurança para ensiná-la em sala de aula. Mas, as autoras (ibid.) e Marquesin (2007), apontam em suas pesquisas avanços significativos no conhecimento do conteúdo geométrico e pedagógico dos professores quando estes vivenciam um processo formativo de caráter colaborativo.

Diante dessa problemática nascem as seguintes questões: quais conhecimentos são mobilizados pelos professores ao abordar o conteúdo da Simetria sob o ponto de *vista* geométrico-matemática e arte visual? Como conhecimentos do conteúdo específico, conteúdo de ensino, conteúdo curricular e conhecimento sobre o conteúdo do aluno são mobilizados e articulados pelos professores na abordagem geométrico-matemática e arte visual do conteúdo da Simetria?

Para responder a estas questões temos como objetivo analisar conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao abordar o conteúdo da Simetria articulado as Artes Visuais .

Partimos do pressuposto que: *ao abordar o conteúdo da Simetria sob o ponto de vista geométrico-matemática e arte visual o professor institui um novo tipo de conhecimento*. Isso porque, será necessário que o professor mobilize conhecimentos específicos do geométrico-matemática a conhecimentos específicos da Arte Visual para ensinar Simetria. Embora, aspectos como visualidade, invariância de forma, movimento e composição, sejam conceitos comuns aos dois campos de saber há propriedades

geométrico-matemáticas que precisam ser abordadas em suas especificidades. Assim como, há aspectos da arte visual que precisa ser discutida de forma específica.

Outro aspecto, diz respeito ao currículo, além o conhecimento lateral se refere à capacidade do professor perceber o conteúdo ao longo dos anos escolares e, conhecimento conteúdo vertical que é olhar o conteúdo por ano escolar. O professor terá que ultrapassar as fronteiras da disciplina da matemática e das artes visuais para estabelecer articulações que são históricas, contextuais e culturais, mas que foram desarticuladas por um currículo estruturado por disciplinas. Sendo assim, compreendemos que o professor mobilizará conhecimentos diferentes sobre o currículo.

No que tange ao o conhecimento do estudante, mas especificamente o conhecimento dos processos de aprendizagem do aluno sobre o conteúdo que se ensina o professor precisa mobilizar conhecimentos sobre diferentes erros, concepções e concepções dos estudantes e as instruções necessárias para transformar conteúdos de forma adequada e correta tanto em relação à arte como à simetria.

Para atingirmos nossos objetivos utilizaremos o aporte teórico desenvolvido por Deborah Ball e colaboradores (2008) a partir das categorias do conhecimento do professor de Lee Shulman (1986). Este aporte teórico possibilita um olhar sobre as diversas dimensões do conhecimento do professor (conteúdo especializado, conteúdo curricular, conteúdo do aluno e o conteúdo do ensino). Essas dimensões serão os pressupostos teórico-metodológicos que servirão de guia para a materialização dos processos de investigação empreendida, especialmente na elaboração de procedimentos de coleta e análise de dados.

Partimos da proposição, que o professor mobilizará domínios diferentes de conhecimentos para trabalhar Simetria através de imagens das artes visuais. Lee Shulman (1986, 1987) ao caracterizar o conhecimento pedagógico geral, afirma que o conhecimento de outras disciplinas pode colaborar com a compreensão de conceitos de suas áreas, o que inclui a capacidade de trabalho diálogo entre disciplinas.

Apresentaremos a seguir uma breve discussão sobre o aporte teórico que utilizaremos em nosso estudo.

Aportes Teóricos: Conhecimento Matemático para o Ensino.

Nesse artigo temos o objetivo de apresentar a investigação que está sendo desenvolvida no curso de doutorado do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC). Como anunciado inicialmente, optou-se por explorar o trabalho de Ball, Thames e Phelps (2008), em que os autores sistematizam diversos resultados de pesquisas, obtidos anteriormente pelo grupo liderado por Deborah Ball, na Universidade de Michigan. Nesse estudo, os autores desenvolvem – fundamentados na elaboração teórica de Shulman (1986) – a noção de *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) – Conhecimento Matemático para o Ensino.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), a categoria conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986) indica a necessidade de um conhecimento do conteúdo que é exclusivo para o ensino. Em seguimento aos seus estudos, ao apresentar a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo, Shulman (1986) debate a ligação entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino.

A partir deste aspecto Ball, Thames e Phelps (2008) questionaram: *quais demandas matemáticas eles enfrentam em sala de aula? Quais conhecimentos eles precisam para discutir uma determinada ideia ou procedimento matemático com seus alunos?* E buscaram identificar tarefas comuns de ensino que exigem habilidade matemática e utilizou as salas de aula como campo de pesquisa. A partir das observações, descreveram às tarefas de ensino desenvolvidas pelos docentes e caracterizou o conhecimento matemático para o ensino.

Os pesquisadores identificaram que o conhecimento matemático envolve um trabalho substancial que não está ligado a aspectos pedagógicos, mas as especificidades das ideias e dos procedimentos matemáticos (BALL; BASES, 2003). Destacam que, esse conhecimento precisa ser *desempacotado*, ou seja, é necessário o que o professor represente um conceito de diversas formas, para que haja o *desempacotamento* das ideias matemáticas.

Para os autores (2003) a formalidade e da abstração das ideias matemáticas é extremamente útil, entretanto é inadequada para o trabalho do professor de matemática dos anos iniciais. Shulman (1986,1987) destaca a combinação entre conhecimento da disciplina

com o conhecimento do modo de ensiná-la, de modo que o conteúdo das aulas torne-se compreensível para os alunos.

Para Ball, Thames e Phelps (2008) é necessário encurtar a distancia entre conteúdo e pedagogia que resiste, e persiste a todas evidencias de fracasso dessa cisão. Professores formam-se e vão ensinar matemática para as crianças sem conhecimento de recursos, de estratégias didáticas que possam favorecer a compreensão conceitual, conexões entre conceito e suas aplicações. Shulman (1986,1987) considera que o professor deve compreender o conteúdo nas diferentes perspectivas e estabelecer relações com outros conteúdos de outras áreas de conhecimento.

Nesse sentido, o professor precisa ter um horizonte maior dos temas e das relações entre eles para que possam atrelar as ideias que os alunos aprendem. Fazer conexões de alguma ideia nos domínio da geometria, aritmética e álgebra (BALL e BASS, 2003). Em nossa pesquisa, por exemplo, estabelecer um horizonte relação do conteúdo da Simetria a imagens, técnicas, contextos e estilos visuais.

O grupo de pesquisa liderado por Ball desenvolveu um trabalho denominado *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) (HILL, BALL e SCHILLING, 2008), com o objetivo de identificar os conhecimentos dos professores necessários para o ensino da matemática e dividiram o conhecimento do professor em duas categorias, com três subcategorias cada:

Quadro 01: Domínios de conhecimento do professor

O conhecimento do conteúdo (subject matter knowledge)	
Conhecimento comum do conteúdo (<i>common content knowledge, CCK</i>)	O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento colocado em jogo para resolver determinados problemas matemáticos por qualquer pessoa que tenha estudado Matemática seja professor ou não.
Conhecimento especializado do conteúdo (<i>specialized content knowledge, SCK</i>)	Identificar ideias matemáticas que dão base a resolução de um problema e prever erros de alunos compreendendo as estratégias de raciocínio que determinados problemas matemáticos envolvem.
Conhecimento do horizonte matemático (<i>horizon content knowledge</i>).	Permite ao professor acompanhar a relação existente entre os tópicos matemáticos e a evolução destes ao longo da escolaridade.
Conhecimento pedagógico do conteúdo (<i>pedagogical content knowledge, PCK</i>)	

O conhecimento do conteúdo e dos alunos (<i>knowledge of content and students, KCS</i>)	Está relacionado à necessidade do professor em relação aos alunos de: antecipar o que pensam quais suas dificuldades, suas facilidades e motivações, como interpretam e, como se dá a interação entre o pensamento matemático e o pensamento dos alunos.
O conhecimento do conteúdo e do ensino (<i>Knowledge os contente and teaching, KGT</i>)	O docente deve ser capaz de utilizar uma determinada representação ao ensinar um conceito específico e identificar diferentes métodos e procedimentos que são relacionados àquela ideia. Logo, é uma interação entre a compreensão matemática específica e compreensão de questões didáticas que estão associadas à aprendizagem dos alunos sobre/de um determinado conceito matemático.
O conhecimento do currículo (<i>knowledge of curriculum</i>).	Os professores devem ter uma visão completa sobre: diversidade e variedade de materiais didáticos disponíveis e de programas existentes; conhecer um conjunto de características que sirvam na indicação ou contra-indicação nas suas opções didáticas.

Fonte: produzido pelas autoras

Embora o estudo de Ball, Thames e Phelps (2008) apresente seis domínios do conhecimento do professor voltados especificamente para a matemática o aporte teórico ainda apresenta-se generalista, permitindo olharmos o conteúdo em relação com outros conteúdos da matemática e conteúdos de outras áreas de conhecimento. A articulação de conhecimentos de campo de saber distintos é uma questão problematizada socialmente presente nos diversos setores da Educação Básica. Nosso estudo propõe realizar esta discussão sobre os conhecimentos mobilizados ao abordar o conteúdo da Simetria sob o ponto de geométrico-matemática e social-visual.

Simetria sob o ponto de vista da Matemática e da Arte.

A simetria está ligada a representação geométrico-matemática, mas também a representações social-visual, notadamente apresentada pelas Artes Visuais e sem o rigor formal da Ciência. Nas diferentes representações a Simetria é compreendida como um processo que transforma uma entidade matemática em outra, sendo invariante com relação à forma e à conservação de distância.

A simetria está profundamente envolvida em todas as áreas da matemática e subjaz a maioria das ideias básicas da física matemática. Simetrias expressam regularidades subjacentes do mundo, e são elas que movem a física. Simetrias contínuas, como rotação, estão relacionadas de perto à natureza do espaço, do tempo e da matéria; implicam em várias leis de conservação, como a lei da conservação de energia, que afirma que um sistema fechado não pode ganhar nem perder energia (STEWART, 2012, p.197).

O conceito de Simetria no plano euclidiano envolve três noções básicas: um conjunto de elementos; uma transformação “interna” desse conjunto em si mesmo; a existência de um subconjunto desse conjunto maior que fica invariante quando submetido a tal transformação (BRASIL, 2010, 2013, p.31). No plano, as isometrias produzem três tipos básicos de movimento (reflexões em relação a uma reta, translações e rotações em torno de um ponto).

Para o matemático Stewart (2012) existem três palavras-chaves de definição da simetria: transformação, estrutura e preservação. Ele toma como exemplo um triângulo equilátero.

Transformações. Podemos fazer algumas coisas no nosso triângulo. Em princípio, existem muitas coisas que podem ser feitas: torcê-lo, girar em torno de algum ângulo, amassá-lo, esticar com um elástico, pintar de cor-de-rosa. Mas nossa escolha é mais limitada, por causa da segunda palavra. *Estrutura.* A estrutura do nosso triângulo consiste em seus aspectos matemáticos considerados significativos. A estrutura de triângulos inclui coisas como “três lados”, “os lados são retas”, “um lado tem 18,36cm”, “está situado em determinadas localizações no plano”, e assim por diante. [...] *Preservação.* A estrutura do objeto matemático deve se conformar com a original. O triângulo transformado também deve ter três lados, por isso, não podemos entortá-lo. Um dos lados devem ter 18,36 cm, por isso, também é proibido esticar o triângulo. A localização deve ser a mesma, por isso não podemos deslocá-lo três metros para o lado (STEWART, 2012, p. 145).

Assim, compreende-se que a Simetria de um objeto matemático é uma transformação que preserva a estrutura do objeto. Com isso, a Simetria deixa de ser apenas uma vaga impressão de regularidade, sensação artística de elegância e beleza construída ao longo da história da arte. E torna-se uma concepção matemática com uma rigorosa definição lógica.

Esta relação é evidenciada nas pesquisas de Santos (2010) Guerra (2012), Marques (2012), Sampaio (2005), Fainguelernt (1999), Fainguelernt e Nunes (2006) indicam que a possibilidade de discutir o conceito da Simetria em imagens produzidas no contexto da arte, atrelando o rigor da geometria a cultura e a estética.

No mundo da Arte visual é possível identificar diversos artistas visuais que apresentam em suas obras o rigor e formalização matemática, por exemplo, Escher que em seus estudos utilizou diversos recursos das ciências exatas, principalmente, cálculos para alcançar um resultado específico na composição de uma imagem e, até mesmo, questões teóricas como o conceito de infinito foram exploradas por ele. Como podemos observar a seguir na gravura Limite circular IV.



Imagem01: Limite circular IV / Circle limit IV 1960 xilogravura / woodcut 41,7 x 41,7 cm

Aqui, os componentes se reduzem de dentro para fora. Os seis maiores, três anjos brancos e três demônios pretos, estão ordenados radialmente em volta do centro. O disco está dividido em seis setores, onde dominam os anjos, frente a um fundo preto, e os demônios, frente a um branco. Céu e Inferno aparecem alternadamente seis vezes...

(M.C. ESCHER, 2004, p.116)

Embora, não fosse um matemático, Escher através conceito da divisão regular do plano com uma série de variações descobriu sistemas que matemáticos e cristalógrafos classificaram essas divisões num total de dezessete sistemas diferentes, de acordo com Simetrias.

Artistas visuais como Escher mostram que é possível atrelar o rigor matemático a conceitos visuais e estéticos, desconstruindo a dicotomia estabelecida ao longo do tempo entre arte/emoção x matemática/razão. O mundo da arte coloca ao nosso dispor uma diversidade de objetos e artefatos repletos de contextos, de histórias e conhecimento matemático. Então, por que continuamos ensinando Simetria ou qualquer outro conteúdo matemático de forma esterilizada?

Apresentaremos a seguir uma apresentação dos procedimentos metodológicos que utilizaremos em nosso estudo.

Procedimentos Metodológicos

Realizaremos nessa secção uma breve descrição dos procedimentos metodológicos, estamos pensando em desenvolver uma pesquisa-ação que tem por premissa uma intervenção no fenômeno estudado. A pesquisa-ação é extremamente útil na educação, pela possibilidade de aplicá-la para testar novos modelos de ensino, formulação de estratégias de aprendizagem, formação de professores, dentre diversos aspectos (MALHEIROS, 2011). Assim, em nossa pesquisa proporemos um processo formativo constituído por algumas etapas que estarão interligadas.

Para compor o universo dessa pesquisa, serão selecionados professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental em escolas públicas da Região Metropolitana do Recife/PE-Brasil. Do ponto de vista operacional, esta pesquisa será dividida em etapas distintas, porém correlacionadas, estaremos indicando os conhecimentos que buscamos mobilizar e como pretendemos analisá-los:

Quadro 02: Etapas do procedimento metodológico para coleta de dados

Etapas	DCMP²	Objetivos	Procedimento metodológico
1^a	Conhecimento do conteúdo especializado e didático	Discutir os conteúdos da simetria e artes visuais sobre o ponto de vista do conhecimento conteúdo (comum e específico).	Realizaremos três encontros 4 horas para discutir os conteúdos da simetria e artes visuais com professores dos anos iniciais das redes municipais de Olinda e Paulista.
2^a	Conhecimento curricular e conhecimento do educando.	Identificar o conhecimento do professor em relação ao currículo, ao estudante como propõe Ball (2000).	Elaboração de planejamentos de aulas ou projetos didáticos pelos professores participantes dos encontros.
3^a	Conhecimento do conteúdo em relação ao ensino	Analisar o conhecimento do conteúdo em relação ao ensino e faremos uma análise dos	Observação das vivências das aulas planejadas (professores voluntários). Faremos os protocolos das aulas que serão analisados pelos docentes num momento posterior.

Fonte: quadro desenvolvido pelas autoras

Para atendermos as características da natureza desse estudo, adotaremos uma metodologia qualitativa e interpretativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para analisar as

² Domínio de Conhecimento Matemático/Artístico do professor

interações didáticas presentes nos encontros com professores, na construção do planejamento e na observação da aula. A análise dos conhecimentos que coloca em jogo processos de ensino e aprendizagem, com a finalidade de promover experiências formativas com professores e desenvolvimento de conhecimentos requer a aplicação mais detalhadas das categorias como o descrito acima.

Referências Bibliográficas

BALL, D. L.; **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy**: examining what prospective teachers bring to teacher education. Tese (Doutorado) – University of Michigan, 1991. Disponível em: <http://www.personal.umich.edu/~dball/>. Acesso em: 25 abril. 2015.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. (2008). **Content knowledge for teaching: What makes it special?** Journal of Teacher Education, 59, n. 5, Nov./Dec. 2008, 389-407 p.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**. Edmonton, AB:CMESG/GCEDM, 2003. p. 3-14.

BOGDAN, R.C., BIKEN, S. K.; **Investigações qualitativas em educação**. Porto: Porto editora, 1994.

BRASIL. Ministério da educação e do desporto. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática**. Brasília, DF: mec/sef, 1998.
Brasília, DF: MEC, 2010.

_____. **Referencial Curriculares Nacional Educação infantil**. Brasília, DF: MEC, 1998.

_____. **Guia do livro didático de matemática**. Secretaria de educação básica. Diretoria de políticas de formação, materiais didáticos e de tecnologias para educação básica coordenação-geral de materiais didáticos. Fundo nacional de desenvolvimento da educação – FNDE. Brasília. 2008. 108 p.

_____. **Base Nacional Curricular Comum-segunda versão revisada**. Brasília, DF: MEC, 2016.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

ESCHER, M.C. **Gravuras e Desenhos**. Ed.Taschen, 1994. Korea: Edição para Paisagem Distribuidora de Livros Ltda, 2004.

FAINGUELERNT, E. K; NUNES, K. R. A. **Fazendo Arte com matemática**. Porto Alegre: Artmed. 2006.

FLORES, C. R. **Olhar, saber e representar**: sobre a representação em perspectiva. São Paulo: Editora Musa, 2007.

HILL, H. C., BALL, D. L., & Schilling, S. G. **Unpacking pedagogical content knowledge:** Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39. 4. 372-400, 2008

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização:** a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2009.

MALHEIROS, B.T. **Metodologia da Pesquisa em Educação.** Rio de Janeiro: LTC, 2011.
MARQUESIN, D. F. B. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria:** o processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2007.

MENEGUZZI, T. **Os Perspectógrafos de Dürer na Educação Matemática:** História, Geometria e Visualização. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, 2009.

NACARATO, A. M; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores.** São Carlos: EdUFcar, 2003.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. **Pintar, dobrar, recortar e desenhar:** o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. *Bolema*, v. 26, n. 42, p. 291-310, abril, 2012.

SERENATO, L. J. **Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte:** resgatando o lado humano da matemática. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2008.

SHULMAN, L. S. **Those who understand:** in knowledge growth in teaching. *Educational Resaeacher*, 15 (2), p.4-14, 1986.

_____. **Knowledge and Teaching:** foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, Vol. 57, 1, pp. 1-22, 1987. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf> Acesso em: abril/2015.

STEWART, I. **Uma história da simetria na matemática.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ZAGO, H. S. **Ensino, geometria e arte:** um olhar para as obras de Rodrigo de Haro. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2009