

## Conhecimentos de Licenciandos de Matemática Sobre Raciocínio Proporcional em Ação no LEM

Emerson Clayton do Nascimento Miranda<sup>1</sup>

GD7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, que tem como objetivo geral analisar conhecimentos pedagógicos matemáticos sobre proporcionalidade de licenciandos a partir de uma ação extensionista desenvolvida no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes/Campus Vitória. Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo intervenção com envolvimento direto na formação inicial de professores de matemática, onde os licenciandos contribuirão ativamente no decorrer do processo. Os 11 licenciandos do curso de licenciatura em matemática do Ifes aceitaram participar voluntariamente da pesquisa a partir de chamada interna e estão em diferentes períodos do curso. Neste trabalho dialogamos sobre a importância da teoria e prática docente, pois, ocorrerão dentro da ação extensionista oficinas que podem proporcionar aos licenciandos refletirem sobre sua formação inicial em especial sobre o seu fazer docente, haja vista que os mesmos atuarão como professores das oficinas organizadas para alunos da educação básica no Lem. Defendemos que esta pesquisa possa contribuir para a formação inicial dos participantes, em especial o que tange conhecimentos sobre raciocínio proporcional.

**Palavras-chave:** Formação Inicial de Professores; Educação Matemática; Laboratório de Ensino de Matemática; Raciocínio Proporcional; Investigação Matemática.

### Introdução

A mecanização na aplicação de fórmulas, teorias descontextualizadas, rigidez numa prática repetitiva e o formalismo “engessado”, estão entre alguns dos fatores que contribuem para que as aulas de Matemática sejam em sua maioria sem sentido, conforme compactua Starepravo:

Enquanto o trabalho com a matemática continuar privilegiando o ensino de fórmulas e de técnicas que serão usados posteriormente para resolver os exercícios propostos, a escola não passará de uma instituição transmissora de informações (STAREPRAVO, 2004, p.19).

Todas as disciplinas também deveriam estimular o aluno à perceber que os conteúdos trabalhados na escola fazem parte do seu cotidiano e servem para algo prático, por vezes

---

<sup>1</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, e-mail: emerson.ifes@gmail.com, orientadora: Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva.

palpável. Em especial, o ensino deveria fazer sentido para os alunos, e não ser apenas uma memorização de fórmulas. Tomando por base o conteúdo de proporções, temos visto que o mesmo é resumido na maioria das vezes pela aplicação do algoritmo do produto transversal, que nada mais é que a “Regra de Três”, ou seja, é só fazer uma operação matemática (conta) que se chega ao resultado de determinado problema.

Entendemos que se o aluno conseguisse se apropriar do conceito de proporção e mais amplamente, conceitos de raciocínio proporcional, e se os professores oportunizassem situações contextualizadas do dia-a-dia, os resultados de aprendizagem seriam melhores e possivelmente auxiliaria o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Com base nesta perspectiva propomos a criação de um curso que com intuito de promover à licenciandos de matemática, vivências e reflexões críticas sobre suas maneiras de atuarem no ensino de proporções, dialogando assim com sua formação inicial docente, num contexto que contempla cenários de investigação.

Escolhemos ter como objetos de pesquisa: o LEM, o estudo de raciocínio proporcional e ações de formação de professores do curso licenciatura em matemática do Ifes/Campus Vitória. Diante disso, esta dissertação tem como questão de pesquisa: Que conhecimentos docentes sobre raciocínio proporcional são evidenciados por licenciandos numa ação extensionista desenvolvida no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes/Campus Vitória? Para resolver esta questão temos como objetivo geral analisar conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos sobre raciocínio proporcional de licenciandos a partir de uma ação extensionista desenvolvida no LEM do Ifes/Campus Vitória.

Além disso, temos como objetivos específicos:

- Identificar conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos sobre raciocínio proporcional de licenciandos envolvidos em ação extensionista desenvolvida no LEM;
- Analisar atividades e problemas envolvendo raciocínio proporcional e suas resoluções por licenciandos participantes;
- Verificar como licenciandos avaliam seus conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos sobre diferentes ideias do raciocínio proporcional a partir da participação em ação desenvolvida no LEM, e a relação dessas com a sua formação inicial.

- Sistematizar diferentes atividades desenvolvidas sobre proporções na ação extensionista junto com licenciandos, para compor um material de LEM.

Com base nesta proposta estamos aprofundando leituras para compor nossa fundamentação teórica. A seguir apresentamos algumas dessas leituras que estão contribuindo para a construção deste trabalho e sabemos que ainda temos que ampliar as discussões envolvendo formação inicial docente, raciocínio proporcional e processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

### **Dialogando sobre a Formação de Professores de matemática**

Pesquisas envolvendo formação de professores buscam, na maioria das vezes, analisar práticas pedagógicas e como melhorá-las. As mesmas são de suma importância e reconhecidas em inúmeras obras, conforme Marcelo (1998, p.26) que considera formação onde:

[...] estuda os processos por meio dos quais os professores se implicam, individualmente ou em equipe, em experiências de aprendizagem, pelas quais adquirem ou melhoram os seus conhecimentos, competências e que lhes permitem intervir profissionalmente no desenvolvimento do ensino, do currículo e da escola, com o objetivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem.

No caso específico da matemática, é essencial que o professor se aproprie do conhecimento científico, mas este sozinho não garante um trabalho docente adequado, cabe ao professor aprofundar conhecimentos pedagógicos de matemática para então utilizar-se de ferramentas didáticas de forma a conseguir interligar os conteúdos, auxiliando assim o aluno na construção do conhecimento. Shulman (1987; 2005) refletindo sobre a docência e visando listar algumas características sobre os conhecimentos necessários para o exercício da docência a formação do professor deveria contribuir para que os docentes consigam construir diferentes conhecimentos que fazem parte de sua ação docente. São eles:

- Conhecimento do conteúdo – neste caso a apropriação do conhecimento matemático;
- Conhecimento do contexto educacional – abrangendo toda a comunidade escolar;
- Conhecimento do currículo – envolvendo grades curriculares e programas de ensino;
- Conhecimento dos alunos – verificar quais características possuem, para assim ter condições de realizar um melhor planejamento das atividades;
- Conhecimento dos fins educacionais – destacando neste caso os valores, fundamentos filosóficos e históricos;

- Conhecimento pedagógico do conteúdo – modificado a cada vez que o professor trabalha com os alunos determinado conteúdo, fazendo com que possa analisar criticamente sua prática, melhorando cada vez mais;
- Conhecimento pedagógico geral – está intimamente ligado ao modo de atuação do professor.

Dentre os conhecimentos listados por Shulman (1987), o denominado “conhecimento pedagógico do conteúdo” é considerado o mais importante, pois, é o diferencial próprio da ação docente. Esse conhecimento pode ser entendido como a forma com que o professor cria um formato para a sua prática docente, ou ainda, o conhecimento da matéria combinada com o modo de ensiná-la e

[...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem ensinados. Dentro da categoria de conhecimento de conteúdo pedagógico, inclui, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais idéias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, [...] as concepções e preconcepções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem (SHULMAN, 1986, p. 9).

Ball (1991) baseando e ampliando questões sobre o conhecimento pedagógico matemático formulados por Shulman (1987) destaca que para a matemática ser ensinada, há a necessidade de envolver o conhecimento da estrutura da matemática, os conceitos, os procedimentos matemáticos e as relações entre temas matemáticos. De acordo com Shulman (2005) o professor de matemática deve ter domínio dos procedimentos técnicos de sua disciplina, como também dos conceitos matemáticos e conhecimentos que englobam o currículo, ou seja, para uma formação satisfatória, deve-se contemplar vários aspectos inerentes ao processo de ensino e aprendizagem. Destaca também outro fator, o da mudança de foco em programas de formação, passando do “o que se ensina” para o “como se ensina”, o que envolve a prática.

Em se tratando de prática docente, Tardif (2000) a descreve como algo complexo, sendo que o professor é elemento determinante nesse contexto, onde o mesmo interage com outras pessoas, valores e sentimentos. Coloca ainda que a formação inicial não pode ser vista como um simples estudo de repetição de práticas pedagógicas:

[...] não significa que a formação de professores passa a ser uma instância de reprodução das práticas existentes, nem que ela não comporte um forte componente teórico.

[...] o olhar crítico, a “teoria” devem estar vinculados aos condicionantes e às condições reais de exercício da profissão e contribuir assim para a sua evolução e transformação (TARDIF, 2000, p. 289).

Segundo Schön (2000) nem sempre os professores conseguem teorizar sobre suas práticas e que os mesmos são influenciados antes mesmo do ingresso num curso de licenciatura, pois os saberes constituídos em sua formação básica interferem na ação docente.

Um estudo de Oliveira e Ponte (1996) analisou publicações internacionais de revistas conceituadas de educação matemática e foi constatado que o conhecimento dos futuros professores e professores é extremamente limitado no que se refere aos conceitos matemáticos e a aprendizagem dessa disciplina.

Com relação ao conhecimento didático dos conteúdos, Llinares (1994) descreve que ele se forma pela integração do conhecimento da matemática, conhecimento sobre aprendizagem e conhecimento do processo instrutivo, que em outras palavras poderiam ser interpretadas como teoria (conceitos), prática pedagógica e o planejamento do ensino.

Uma importante contribuição de Schön (1992) são discussões acerca de o professor refletir sua prática, porém, essa reflexão tem que ocorrer de maneira crítica e não somente descrever como e o que foi feito em sala de aula, mas sim refletir sobre a capacidade de se modificar ao enfrentar novas situações. Isso quer dizer que os professores aprendem a partir da reconstrução de sua própria atividade. Serrazina (2014, p. 1055) amplia discussões sobre a reflexão docente e afirma que deve ter por objetivo “tudo o que se relaciona com a atuação do professor durante o ato educativo como, contexto, métodos, finalidades de ensino, conhecimentos e capacidades que os alunos estão a desenvolver, dificuldades surgidas, conhecimentos e fragilidades do professor, etc”. Essa proposta está presente na nossa ação de pesquisa junto aos licenciandos.

### **A Proporcionalidade e o Raciocínio Proporcional**

O raciocínio proporcional é tido como a pedra fundamental do currículo e uma das bases do pensamento algébrico (LESH; POST; BEHR, 1988), porém, o mesmo não se restringe somente a matemática escolar, pois é utilizado em diversas situações matemáticas no dia-a-dia das pessoas em simples tarefas. O pensar proporcionalmente é tão comum, que às vezes nem damos conta de que acabamos de utilizá-lo, como exemplos: Quando vamos à feira, o valor pago por determinado produto varia de acordo com o peso. Neste caso dizemos que valor pago e peso são grandezas diretamente proporcionais; Numa viagem, o tempo gasto

varia conforme a velocidade. Se aumentar a velocidade, o tempo de viagem irá diminuir. Neste caso dizemos que tempo e velocidade são grandezas inversamente proporcionais.

A questão da proporção está relacionada com atividades do cotidiano é indicada também por Dupuis e Pluinage (1981, p. 167) quando afirmam que “a proporção se apresenta como de utilidade geral e incontestável, não somente representado um papel fundamental na matemática, mas suas aplicações são inumeráveis e estão presentes em todos os setores da atividade humana”.

Por vezes os termos “raciocínio proporcional” e “pensamento proporcional” são vistos como sinônimos quando envolvidos em situações de relações proporcionais. Diversas tentativas já foram realizadas para dar uma definição ao raciocínio proporcional segundo Post, Lesh e Behr (1995). Algumas delas consideravam como forma de raciocinar proporcionalmente, a capacidade do indivíduo em fornecer a resposta para um valor ausente. Dessa forma, o raciocínio proporcional não se limita a resolver problemas envolvendo algoritmos ou simplesmente encontrar um valor numérico ao final, mais do que isso, o raciocínio “envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações” (POST, LESH, BEHR, 1995, p.90). Ressalta-se também que, ao fazer a comparação entre duas razões, devesse compreender que elas variam e se relacionam conjuntamente.

Post, Lesh e Behr (1995) afirmam que o raciocínio proporcional engloba pensamento qualitativo e quantitativo. De acordo com os autores, o pensamento qualitativo é mais extenso que o quantitativo, haja vista que ele foca a análise e as relações entre taxas ou razões dadas, fazendo com que o indivíduo se questione e faça conexões. Já no caso do pensamento quantitativo, o mesmo exerce a função de quantificar, focalizando os cálculos e o resultado final do problema. Assim, endossam Post, Lesh e Behr (1995, p.90), “o raciocínio qualitativo exige a capacidade de interpretar o significado de duas taxas, guardar essa informação e então comparar as interpretações de acordo com alguns critérios predeterminados”.

Outro fator importante é que Post, Lesh e Behr (1995) afirmam que o raciocínio proporcional possui aspectos tanto matemáticos como psicológicos. Os aspectos matemáticos seriam de que o conceito de proporcionalidade pode ser exemplificado

através de equações. Enquanto isso, os aspectos psicológicos estariam associados a capacidade mental para resolver as operações.

Spinillo (1993, p.41) define: “o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações”. Essas relações podem ser: de primeira e de segunda ordem. As relações de primeira ordem envolvem as relações parte-parte e relações parte-todo. As relações de segunda ordem, são comparações entre duas relações de primeira ordem a fim de fazer a verificação se são equivalentes.

Sobre o conceito de pensamento proporcional, Lins e Gimenez (2006, p.52), trazem que “[...] é uma estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva”.

Lamon (2005, apud COSTA, 2007) enfatiza a diferenciação entre os conceitos de proporcionalidade e raciocínio proporcional. A proporcionalidade é aplicada em acontecimentos dominados por princípios físicos, sendo que por outro lado, o raciocínio proporcional é visto como um pré-requisito necessário à compreensão de contextos e aplicações baseados na proporcionalidade.

### **O Contexto Escolar e o ensino de raciocínio proporcional**

Ávila (1986), diz que o ensino da proporcionalidade, deve priorizar situações que envolvem o cotidiano do aluno e não se prender as terminologias e notações arcaicas. Isso fica bastante claro, quando encontramos exercícios sem contextualização do tipo “encontre o valor de  $x$ ”. Geralmente, o ensino de proporções é visto como algo isolado, ou seja, um tópico curricular somente, e não como uma ideia a ser trabalhada durante toda a caminhada escolar (CYRINO et al, 2014).

Estudos mostram que os principais conceitos matemáticos devem ser inseridos desde os anos iniciais, conforme aparecem nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

O que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas

extensões, representações ou conexões com outros conceitos (BRASIL, 1998, p. 22-23).

Isso não quer dizer que esperasse que o aluno construa e entenda completamente num curto espaço de tempo todos conceitos matemáticos. O que seria interessante é que o professor trabalhe os conceitos de acordo com os níveis conforme perpassa a vida escolar, ou seja, dos modos mais simples (intuitivos) até os mais complexos (compostos por sistematizações elaboradas), conforme exposto a seguir:

Tal ponto de vista apoia-se na concepção de que a construção de um conceito pelas pessoas processa-se no decorrer de um longo período, de estágios mais intuitivos aos mais sistematizados. Além disso, um conceito nunca é isolado, mas se integra a um conjunto de outros conceitos por meio de relações, das mais simples às mais complexas. Dessa maneira, não se deveria esperar que a aprendizagem dos conceitos e procedimentos se realizasse de forma completa e num período curto de tempo. Por isso, ela é mais efetiva quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. É preciso, então, que esses vários momentos sejam bem articulados, em especial, evitando-se a fragmentação ou as retomadas repetitivas (BRASIL, 2008, p. 17).

Para Lamon (2005, apud COSTA, 2007) o papel do raciocínio proporcional no desenvolvimento matemático do estudante é de suma importância, haja vista que foi descrito como um conceito limítrofe, como se fosse o alicerce para os níveis mais altos da matemática.

Ruiz e Carvalho (1990) enfatizam que o ensino da proporcionalidade não se pode limitar a memorização de algoritmos ou regras. O que deve ser priorizado é oferecer condições para que o aluno raciocine e a partir daí faça suas próprias relações e tire suas próprias conclusões. Argumentam que o mais importante é o entendimento do aluno e não a memorização de fórmulas e procedimentos.

### **Percurso Metodológico**

Nosso trabalho possui características qualitativas numa pesquisa participante, a partir de ação do tipo intervenção. Sobre o caráter intervencionista, ressalta-se o sentido mediador, e como a interação com o sujeito é importante, conforme Freitas (2002, p.24):

[...] o pesquisador não pode se limitar ao ato contemplativo, pois encontra-se perante um sujeito que tem voz, e não pode contemplá-lo, mas tem de falar com ele, estabelecer um diálogo com ele. Inverte-se dessa maneira, toda a situação, que passa de uma interação sujeito-objeto para uma relação entre sujeitos.

Essa proposta se baseia na proposta metodológica de pesquisa do tipo intervenção, que segundo Alves e Damiani (2014, p.371) é “aquela que envolve interferências realizadas em processos educacionais, com base em um dado referencial teórico, tendo o propósito de produzir avanços em tais processos, avanços esses avaliados ao término das ações interventivas”. Assim, essa ação tem como objetivo produzir conhecimento sobre problemas vivenciados em experiências docentes, na tentativa de atingir uma adequação de uma situação própria ou coletiva, que no nosso caso é sobre raciocínio proporcional.

Neste trabalho, as atividades serão desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do Ifes Campus Vitória e os sujeitos são licenciandos de matemática desta mesma Instituição que aceitaram participar voluntariamente da pesquisa. O espaço do LEM é propício para se criar situações e condições para se levantar problemas, conforme descreve Lorenzato (2006, p.7):

[...] é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender.

Primeiramente, realizamos um planejamento inicial de uma ação extensionista com a escrita de um projeto tanto o de pesquisa como o de extensão (neste caso uma intervenção pedagógica matemática que aborda proporcionalidade), onde serão discutidas todas as ações realizadas. Este projeto foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética na Pesquisa (CEP) e o de extensão foi encaminhado para a diretoria de extensão do Ifes. Também nesse momento, levantamos possíveis materiais didáticos de apoio a serem utilizados. Formamos uma equipe executora composta pelo mestrando autor deste trabalho, da orientadora Sandra Fraga e de outros três licenciandos que estão envolvidos em iniciações científicas (IC) e pesquisas de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), todos orientados pela mesma professora. Foram inscritos para o curso um total de 11 licenciandos de diferentes períodos do curso. Utilizamos durante a inscrição um questionário que nos ajudou a construir um perfil dos participantes e também questões iniciais sobre raciocínio proporcional e ações no Lem.

Num segundo momento, iniciamos um processo formativo a partir da ação já com a participação dos sujeitos selecionados, com reuniões periódicas semanais que acontecem nos meses de outubro e novembro. Ao longo de todo o processo, tentamos oferecer condições de diálogo, para que os mesmos possam colaborar nos próximos planejamentos,

com ações e reflexões. A proposta visa à criação de oficinas sobre proporções onde o licenciando atuará como monitor/professor junto a alunos da educação básica. Assim, será possível avaliar seus conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos sobre raciocínio proporcional e a relação dessas com a sua formação inicial. Neste mesmo momento, será possível identificar conhecimentos matemáticos e pedagógicos matemáticos que os licenciandos possuem. Após as duas primeiras etapas, serão preparados materiais e oficinas, numa construção conjunta entre equipe executora e licenciandos participantes. Utilizamos a observação com produção de diário de bordo como processo de produção dos dados que foram registrados com gravações em vídeos e áudios, além da aplicação de atividades desenvolvidas nos encontros.

Serão convidados alguns alunos e professores de escolas da rede pública da educação básica da Grande Vitória, de modo que os licenciandos possam aplicar essas oficinas e vivenciem no ambiente do LEM suas maneiras de atuarem. Essa ação possibilitará reflexões críticas que irão proporcionar um diálogo com sua formação inicial na docência. Ao final dessa ação vamos realizar uma roda de conversa sobre as oficinas e o curso identificando como os licenciandos avaliam suas atuações e aprendizagens referentes ao processo formativo no qual participaram.

Por último, será feita a análise dos dados para a escrita da dissertação. Além disso, por estarmos um mestrado profissional vamos realizar a sistematização de um material que envolve atividades desenvolvidas durante o curso e nas oficinas para ser utilizado no LEM ou em sala de aula envolvendo raciocínio proporcional, que será em formato de um caderno pedagógico.

### **Referências**

ALVES, C.V.P. ; DAMIANI, M.F. A tomada de consciência acerca de aspectos que envolvem a produção de textos escritos: um estudo intervencionista. **Revista Escrita**, Rio de Janeiro, n. 19, p. 367-382. 2014.

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 8, p 1-8, 1986.

**BALL, D. Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: examining what prospective teachers bring to teacher education.** Tese de Doutorado. Department of Teacher Education in Michigan State University. 1988. Disponível em: [http://www-personal.umich.edu/~dball/books/DBall\\_dissertation.pdf](http://www-personal.umich.edu/~dball/books/DBall_dissertation.pdf) Acesso em: 01 set. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. séries - Matemática.** Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 01 set. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008 – Matemática.** Brasília, 2008. Disponível em: [ftp://ftp.fnde.gov.br/web/livro\\_didatico/guias\\_pnld\\_2008\\_matematica.pdf](ftp://ftp.fnde.gov.br/web/livro_didatico/guias_pnld_2008_matematica.pdf). Acesso em: 01 set. 2016.

COSTA, S. **O raciocínio proporcional dos alunos do 2o ciclo do ensino básico.** Dissertação (Mestrado). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2007.

CYRINO, M. C. C. T.; GARCIA, T. M. R.; OLIVEIRA, L. M. P. de. **Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional.** Londrina: UEL, 2014.

DUPUIS, C. ; PLUVINAGE, F. La proportionnalité et son utilisation. **Recherches em Didatique des Mathématiques, La pensée Sauvage, éditions**, vol.2, n.2, p.165-212, 1981.

FREITAS, M. T. A. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n.116, p.20-39, jul.2002.  
LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In: J. Hiebert; M. Behr (Eds.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades.** Reston: VA Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 93-118.

LINS, R.C., GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 2006.

LLINARES, S. The Development of prospective elementary teachers' pedagogical knowledge and reasoning. The school mathematical culture as reference. In N. Malara; L. Rico (Eds.) **Proceedings of the I Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education.** Modena, Università di Modena: Italia, 1994, p. 165-172.

LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** São Paulo: Autores Associados, 2006.

MARCELO, C. . Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. **Revista Brasileira de Educação**, n. 9, p. 51-75, 1998.

OLIVEIRA, H. M. ; PONTE, J. P. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional de professores de Matemática. In: VII Seminário de Investigação em Educação Matemática . **Actas.** Lisboa, APM, 1996.

POST, T., BEHR, M., LESH, R. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções préálgebra. In: COXFORD, A., SHULTE, A. **As idéias da álgebra.** Tradução de Hygino H. Domingues. 4. ed. São Paulo: Atual, 1995.

RUIZ, A.R; CARVALHO, A.M.P. O Conceito de Proporcionalidade. **Revista da Faculdade de Educação**, São Paulo, v. 16, n. 1-2, p. 87-131, jul. 1990.

SCHÖN, D. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre, Artmed, 2000.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SERRAZINA, M. L. M. O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, out./dez. 2014. Disponível em:

<http://www.seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/45902/31459>. Acesso em: 10 out. 2016.

SHULMAN, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. **Revista de currículum y formación del profesorado**, v. 9, n. 2, 2005. Disponível em:

<http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf> . Acesso em: 01 set. 2016.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, 57 (1), 1987, p. 1-22.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SPINILLO, A. G. As relações de primeira-ordem em tarefas de proporção: Uma outra explicação quanto às dificuldades das crianças. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Vol 9, N° 2, p. 349-364, 1993.

STAREPRAVO, A. R. et al. O que a Avaliação de Matemática tem revelado aos Professores: Conhecimentos Construídos ou Informações Acumuladas? **Anais Congresso Internacional sobre Avaliação na Educação**. Curitiba-Paraná. 2004.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e a Formação Profissional**. Petrópolis: Vozes, 2000.