

Análise das situações de proporção simples elaboradas por professores em um processo formativo

Pedro Henrique Milagre¹

GD7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

Esta pesquisa tem o objetivo de analisar a estrutura das situações-problema, que dão sentido aos conceitos de proporção simples, elaboradas por professores durante um processo formativo. A referida formação foi desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação, por meio do projeto intitulado “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”. Adotamos como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Considerando a natureza dos dados, nos valem de uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo. O estudo envolveu 11 professores que ensinam Matemática do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas do sul da Bahia. Coletamos dados em quatro encontros da formação, por meio de dois instrumentos. No primeiro instrumento, desenvolvido no primeiro e último encontro, propusemos que os professores elaborassem, individualmente e sem material de consulta, oito situações-problema distintas envolvendo multiplicação ou divisão. O segundo instrumento foi um Relatório de Atividade Planejada, no qual os professores, em grupo, elaboravam duas situações-problema, inerentes ao Campo Conceitual Multiplicativo. Os resultados apresentados são preliminares e referem-se às situações elaboradas pelos professores no início do processo formativo e essas foram classificadas nas categorias ausência de informações ou informações suficientes. Do total das situações de proporção simples, classe um para muitos, 49% foram classificadas na categoria ausência de informações.

Palavras-chave: processo formativo; proporção simples; situações-problema; estrutura das situações-problema.

Introdução

Neste trabalho apresentaremos uma pesquisa em andamento, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, realizada por meio do projeto “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult)”, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e desenvolvido em rede, nos estados da Bahia, Ceará e Pernambuco. Na Bahia, este projeto é coordenado pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC), e foi desenvolvido em três escolas parceiras.

Com esse projeto (E-Mult), foram desenvolvidos três estudos: o primeiro consistiu em uma análise da Prova Brasil, o segundo foi um diagnóstico com alunos das escolas parceiras, com base na análise do primeiro estudo e o terceiro estudo foi um processo

¹ Universidade Estadual de Santa Cruz, bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), e-mail: phmilagre@gmail.com, Orientadora: Dra. Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana.

formativo, com o objetivo de investigar e intervir na prática do professor no que tange as Estruturas Multiplicativas.

No processo formativo desenvolvido pelos integrantes do E-Mult, na Bahia, nos interessamos a observar à construção das situações-problema, elaboradas pelos professores nos encontros de formação. Ao analisar essas situações-problema, poderemos investigar como os professores estruturaram estas situações ao longo da formação, o que nos deixou instigados.

Essa pretensão foi motivada pelo trabalho de Souza (2015) que estudou as situações elaboradas, inicialmente, pelos professores de cinco escolas envolvidas nessa mesma pesquisa e diagnosticou que de 351 situações consideradas válidas, aproximadamente 82,62% (290 situações) eram de proporção simples, sendo aproximadamente 80,06% (281 situações) de proporção simples de um para muitos e aproximadamente 2,56% (nove situações) de proporção simples de muitos para muitos.

Considerando-se que Souza (2015) tratou das concepções dos professores e que analisou um conjunto grande de situações elaboradas no início da formação, buscaremos aprofundar na análise das situações que envolvem proporção simples, classe um para muitos, elaboradas na formação, de forma a investigar qual a estrutura das situações elaboradas. Assim, almejamos investigar a estrutura dessas situações no início, durante e no fim do processo formativo, considerando o que aconteceu com as situações-problema elaboradas por esses professores a partir de uma intervenção. De forma mais específica, temos como objetivo neste trabalho: analisar a estrutura das situações-problema, que dão sentido aos conceitos de proporção simples, elaboradas por professores durante um processo formativo. Para atingir nosso objetivo, iremos nos apoiar na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, mais especificamente no Campo Conceitual Multiplicativo.

Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi desenvolvida a partir dos estudos do psicólogo francês Gérard Vergnaud, que nos permite analisar as aprendizagens e competências matemáticas de estudantes, desenvolvidas durante a resolução de situações-problema. Segundo Santos (2015, p. 98), a “Teoria dos Campos Conceituais [...] se constitui uma ferramenta poderosa para o professor elaborar situações”. Ainda segundo

esse autor “é por meio da resolução de situações que os conceitos se desenvolvem e se tornam significativos para os alunos” (SANTOS, 2015, p. 99).

De acordo com Santos (2015), uma situação, por mais simples que seja, envolve distintos conceitos. Dessa forma, não faz sentido se referir à formação do conceito, mas sim do Campo Conceitual, que requer o domínio de vários conceitos. Segundo Vergnaud (2009), um Campo Conceitual é um conjunto de situações, que requer para seu tratamento uma variedade de conceitos, esquemas e representações em estreita conexão.

Vergnaud (1996) enfatiza que o Campo Conceitual Aditivo e o Campo Conceitual Multiplicativo são alicerces para os demais conceitos matemáticos. O primeiro se caracteriza como situações que necessitam de operações de adição e subtração, ou combinação de ambas para serem resolvidas, enquanto que o segundo requer para sua resolução operações de multiplicação e divisão ou combinação de ambas. Ressaltamos que escolhemos o último, no eixo de proporção simples, para tratar nesse estudo.

Com o intuito de favorecer uma melhor compreensão da Teoria dos Campos Conceituais, na próxima seção, discutiremos acerca de conceito e situação, elementos importantes nessa pesquisa. Pois, sabemos que não é possível falar de conceito sem apresentar o que entendemos por situação, uma vez que Vergnaud (1996) enfatiza que é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

Conceito e situação

Vergnaud (1996, p. 166) indica que em uma abordagem psicológica e didática, conceito é “[...] um conjunto de invariantes utilizáveis na ação”. Por sua vez, Santana (2010, p. 31) admite “[...] conceito como a formulação de uma ideia através das palavras e do pensamento”.

Entendemos conceito nessa pesquisa, de acordo com esses autores, como um conjunto de ideias que formulamos em nosso pensamento, e que são utilizáveis na ação, por exemplo, para a resolução de uma situação-problema. Dessa forma, a experiência com uma variedade de situações nos possibilita construir um conceito ou reconstruir os conceitos que já possuímos.

Segundo Vergnaud (1996), é por meio das situações-problema que um conceito adquire sentido para a criança, dessa forma, é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito. Ainda segundo Vergnaud (1996, p. 190), “um conceito não assume a sua significação numa única classe de situações, e uma situação não se analisa com o auxílio

de um único conceito”. Nessa perspectiva, situação é colocada por Vergnaud (1996) no sentido de tarefa, além disso, pontua que existe em um Campo Conceitual uma variedade de situações, que exigem para seu tratamento, identificar as tarefas apresentadas e as operações necessárias para respondê-la. Vale ressaltar, que os processos cognitivos e respostas dos sujeitos estão em função das situações que eles são confrontados.

Dessa forma, Vergnaud (1996) enfatiza que situações com maior grau de complexidade podem agrupar várias tarefas. Para esse autor, a complexidade de uma tarefa está ligada, essencialmente, aos conceitos matemáticos, porém, também são fatores pertinentes para essa complexidade a forma do enunciado e o número de elementos em jogo em uma tarefa.

Campo Conceitual Multiplicativo

O Campo Conceitual Multiplicativo é definido, por Vergnaud (1996), como um conjunto de situações, que envolvem multiplicação, divisão ou ambas, e um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar as situações que dão sentido aos conceitos, como os de “proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor, etc.” (VERGNAUD, 1996, p. 168).

Sabemos que o Campo Conceitual Multiplicativo é vasto, dessa forma, assumindo o conjunto dos números racionais, vamos adotar a classificação feita por Magina, Santos e Merlini (2012) a luz das ideias de Vergnaud. Assim, dentre os conceitos trabalhados nesse campo, daremos enfoque às relações quaternárias, eixo de proporção simples, classe um para muitos, do tipo discreto ou contínuo. Para Vergnaud (2014), as relações quaternárias são aquelas que relacionam entre si quatro quantidades de duas grandezas. Diferente das relações ternárias, que são aquelas que relacionam três quantidades, em que uma é o produto das outras duas.

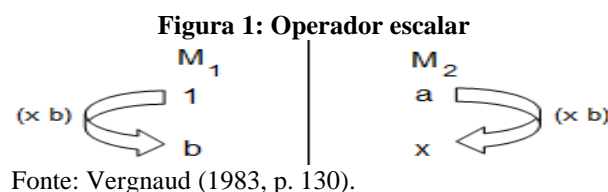
Proporção simples

Segundo Vergnaud (1996) a proporção simples é o tipo mais simples de uma situação multiplicativa, envolvendo relações quaternárias, sendo à base dos conceitos de proporção. Magina, Santos e Merlini (2014, p. 522), entendem que a proporção simples “envolve relação entre quatro quantidades, sendo duas de uma natureza e as outras duas de

outra natureza”. Vale salientar, que essa, envolve as classes de um para muitos e de muitos para muitos.

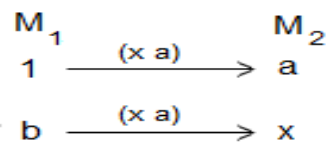
Dessa forma, uma situação-problema será da classe de um para muitos, segundo Lima (2016), quando estiver explícita a correspondência entre uma unidade de medida de uma grandeza com a medida de outra grandeza. No exemplo - para fazer um litro de suco são necessárias seis laranjas. Se Marcos quiser fazer cinco litros de suco, quantas laranjas ele irá usar? - está explícita a correspondência um para seis. Para essa autora, nas situações-problema da classe muitos para muitos não há a correspondência entre uma unidade de medida de uma grandeza com uma das medidas de outra grandeza, ou seja, “[...] as medidas apresentadas são diferentes de um” (LIMA, 2016, p. 53).

As situações de proporção simples podem ser resolvidas de acordo com Vergnaud (1983) por meio de um operador escalar ou de um operador funcional. Esses esquemas de resolução são apresentados na Figura 1 e 2. Segundo Vergnaud (1983, p. 130, tradução nossa), “um operador escalar ($a \xrightarrow{x b}$), que consiste de transportar para M_2 , partindo de a para x , o operador que liga 1 à b em M_1 ”. Como apresentado na Figura 1:



Como já apresentamos, situações desse tipo também poderiam ser resolvidas por meio do “operador de função ($b \xrightarrow{x a}$), como na Figura 2, que consiste de transportar para a linha de baixo, partindo de b para x , o operador que liga 1 à a na linha de cima” (VERGNAUD, 1983, p. 130, tradução nossa).

Figura 2: Operador funcional



Fonte: Vergnaud (1983, p. 130).

Na Figura 2, “ $\times a$ é um operador de função porque ele representa o coeficiente da função linear de M_1 para M_2 ” (VERGNAUD, 1983, p. 130, tradução nossa).

Segundo Vergnaud (1996), as situações de proporção simples, classe um para muito, podem ser distribuídas quanto à operação: (1) multiplicação, (2) divisão por

partição e (3) divisão por quota. Na Figura 3, trazemos exemplos.

Figura 3: operações das situações-problema de proporção simples, classe um para muitos

(1) Multiplicação	(2) Divisão por quota	(3) Divisão por partição
<p>Exemplo 1: Um automóvel viaja em média 60 quilômetros em uma hora. Considerando que ele mantenha o mesmo ritmo de viagem, quantos quilômetros, em média, esse automóvel irá percorrer em 5 horas?</p> <p>Quantidade de Horas Quantidade de quilômetros</p> <p>(x5) 1 → (x60) 60 (x5) (x5) 5 → (x60) ? (x5)</p>	<p>Exemplo 2: João consome por dia 2 litros de água. Ele comprou um galão de 20 litros de água. Quantos dias, João levará para consumir todo o galão de água?</p> <p>Quantidade de dias Consumo de água por dia</p> <p>(x10) 1 ← (2) 2 (x10) (x10) ? ← (2) 20 (x10)</p>	<p>Exemplo 3: Para coar cinco litros de café são necessárias 20 colheres de sopa (cheias) de pó de café. Quantas colheres de sopa (cheias) de pó de café são necessárias para coar um litro de café?</p> <p>Quantidade de litros de café Quantidade de colher de sopa de pó de café</p> <p>(x5) 1 → (x4) ? (x5) (x5) 5 → (x4) 20 (x5)</p>

Fonte: Material produzido na pesquisa (2016), baseado em Vergnaud (1996, p.174).

De acordo com Santos (2015), podemos variar a estrutura de problemas de proporção simples, classe um para muitos, variando o valor desconhecido, como podemos observar nos exemplos 1, 2 e 3 na Figura 3. Dessa forma, podemos ter três tipos de situações-problema que requerem para sua resolução, segundo Vergnaud (1996), níveis de dificuldade diferentes, de acordo com os valores numéricos ou com a experiência com tais situações.

Percursos Metodológico

Essa pesquisa se caracteriza em uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 48), a investigação qualitativa é descritiva, pois “os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não números”, os resultados escritos contêm citações com base nos dados, e o investigador busca descrevê-los de forma minuciosa e analisá-los em toda sua riqueza. Para realizarmos uma análise descritiva minuciosa, selecionamos apenas as situações do eixo de proporção simples, classe um para muitos, além disso, criaremos categorias de análise, para organizar e classificar os dados coletados, como sugerem Bogdan e Biklen (1994).

Entre as três escolas baianas que concederam acesso para a realização da pesquisa e que participaram do processo formativo desenvolvido, escolhemos duas escolas Municipais de Ensino Fundamental para realizar essa pesquisa, as quais denominamos Escola A e B. Escolhemos essas escolas pois, desde 2005, são parceiras do grupo de pesquisa que vem desenvolvendo a formação na Bahia. E, os pesquisadores envolvidos nessa pesquisa tiveram oportunidade de participar do processo formativo.

O processo formativo desenvolvido com os professores, contou com a participação de 38 sujeitos, mas só foram selecionados para essa pesquisa aqueles que frequentaram no mínimo 75% da carga horária total da formação e que responderam todos os instrumentos propostos nessa pesquisa. Dessa forma, selecionamos para essa pesquisa 11 professores, que ensinam Matemática nas Escolas A e B, do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental.

Processo Formativo e Procedimentos de Coleta de Dados

O processo formativo no âmbito do E-Mult foi realizado com encontros presenciais e em ambiente virtual. Porém, essa pesquisa irá focar nos encontros presenciais.

Foram realizados dois encontros no segundo semestre de 2014, anteriores ao processo formativo, ambos com duração média de uma hora, destinados à sensibilização dos professores a participarem do processo formativo, à apresentação do objetivo e metodologia do projeto de pesquisa E-Mult, entrega aos professores, do resumo do projeto e leitura juntamente com eles. Além disso, foi realizada uma breve discussão da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, sendo apresentado o que é um Campo Conceitual e o que Vergnaud entende por conceito e situação. Foi realizada, ainda, a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido pelos professores que se dispuseram a participar da formação.

Os encontros presenciais formativos tiveram início no primeiro semestre de 2015 e foram divididos em sete encontros, com carga horária total de 42 horas. Sendo trabalhados, nesses encontros os conceitos de proporção simples, comparação multiplicativa e configuração retangular.

A coleta de dados dessa pesquisa ocorreu no primeiro, segundo, terceiro e último encontro formativo, como descreveremos a seguir.

No primeiro encontro formativo solicitamos que os professores individualmente elaborassem, sem material de consulta, oito situações-problema distintas envolvendo multiplicação e/ou divisão.

A partir do segundo encontro, depois de abordar o eixo das Estruturas Multiplicativas proposto, uma das tarefas era solicitar que os professores, organizados em grupos, por ano escolar em que atuavam, elaborassem em um Relatório de Atividade Desenvolvida, pelo menos duas situações envolvendo o eixo das Estruturas Multiplicativas trabalhado. Nesse instrumento, além de elaborar duas situações-problema, os professores deveriam descrever como iriam desenvolver essas situações em sala de aula, apresentando

quais conceitos iriam ser trabalhados e qual era sua expectativa em relação ao desenvolvimento dos alunos. Dessa forma, iremos utilizar os instrumentos do segundo e terceiro encontros, onde foram trabalhados os conceitos de proporção simples, classe um para muitos.

No último encontro da formação, novamente foi solicitado, como no primeiro encontro, que os professores elaborassem, individualmente e sem consulta, oito situações-problema distintas envolvendo multiplicação e/ou divisão. Essa estratégia de coleta de dados nos possibilitará observar a influência da formação para a constituição da estrutura dessas situações. Podendo ainda fazer um comparativo entre as situações elaboradas antes, durante e após o processo formativo.

Procedimentos de Análise dos Dados

Essa pesquisa encontra-se no início do processo de análise. Até o momento os dados são parciais e se referem à classificação, das situações elaboradas pelos professores no início do processo formativo. Os elementos iniciais de análise são oriundos dos dados tabulados por Souza (2015) em sua pesquisa, onde juntamente com todos os integrantes do E-Mult, criaram categorias de análise, com o propósito de classificar as situações propostas por 59 professores no início do processo formativo, dos quais 11 são sujeitos dessa pesquisa.

Com o intuito de aprofundar na análise dessas situações que envolvem proporção simples, classe de um para muitos, além das categorias de análise já apresentadas na pesquisa de Souza (2015) criamos outras duas categorias para classificar estas situações, quanto à estrutura da elaboração. A primeira categoria, denominamos: ausência de informações, onde estão compreendidas situações com informações insuficientes para a resolução ou com uso de terminologias inadequadas, deixando margem para diferentes interpretações. A segunda categoria, denominamos: informações suficientes, onde estão compreendidas situações que apresentam todos os dados necessários para a resolução.

Análise das situações elaboradas no início do processo formativo

Esta é uma análise preliminar e é referente à classificação, das situações elaboradas pelos professores, sujeitos dessa pesquisa, no início do processo formativo.

A partir da classificação das situações realizada por Souza (2015), das 472 situações (8 situações \times 59 sujeitos) elaboradas no início do processo formativo, filtramos

as situações, que farão parte desta pesquisa. Passamos a trabalhar com 88 situações (8 situações \times 11 sujeitos), dessas, com base na classificação das situações elaboradas, realizadas por Souza (2015), sete foram consideradas situações não multiplicativas, uma operação com enunciado e cinco situações inadequadas, sendo consideradas válidas para a nossa pesquisa, 75 situações.

Segundo Souza (2015), são consideradas situações não multiplicativas aquelas que para a sua solução não utilizamos operações de multiplicação ou divisão. A operação com enunciado, são situações que orientam que seja armada e efetuada uma operação. E, as situações inadequadas foram consideradas as que não possuem todos os dados necessários para a solução, nesse caso, há falta de dados do tipo numérico, que impossibilita a solução. Diferente da categoria ausência de informações, que trazem informações insuficientes, que dão margem para que haja diferentes interpretações. Fazendo, por exemplo, uso de termos, como distribuir, presentear, doar e repartir, sem restringir se a “divisão”, que esses termos sugerem, será em partes iguais.

Entre as 75 situações consideradas válidas, 58 (77,3%) envolvem relações quaternárias e 17 (22,7%) relações ternárias. Observa-se com esses resultados que existe uma predominância de situações que envolvem relações quaternárias. Com relação à classificação dessas situações por eixo, as mesmas 58 situações (77,3%), são de proporção simples e 17 (22,7%) são de comparação multiplicativa. Quanto à classe, 55 situações (73,3%) são de proporção simples, classe de um para muitos, três (4%) da classe de muitos para muitos e 17 (22,7%) de comparação multiplicativa, da classe de referente ou referido desconhecido. Com base nesses resultados, podemos observar que as situações elaboradas pelos professores se concentram no eixo de proporção simples, classe um para muitos, dessa forma, aprofundaremos na análise dessas situações.

Das 55 situações que envolvem proporção simples, classe um para muitos, 27 (49%) foram categorizadas como ausência de informações, pois apresentam informações insuficientes para a resolução ou com uso de terminologias inadequadas, deixando margem para diferentes interpretações. Para ilustrar, vamos trazer uma situação, das categorizadas, apresentada na Figura 4:

Figura 4: Situação elaborada no início do processo formativo com ausência de informações (1A111)

Prob. 4: João tinha 54 bolinhas de gude e resolveu doar para seus 9 amigos. Quantas bolinhas de gude ele doou para cada um?

Fonte: Dados da pesquisa (2015/2016).

A Figura 4 apresenta uma situação elaborada por uma professora da Escola A, que durante a coleta de dados atuava no 5º ano do Ensino Fundamental, possuía formação em pedagogia e declarou ensinar Matemática há mais de seis anos. A situação foi considerada como “ausência de informações”, pois o uso do termo “doar” não restringe que essa “doação” será em partes iguais, portanto, da forma que a situação foi elaborada, João poderia “doar” quantidades distintas de bolinhas de gude à seus amigos, dando margem a diferentes interpretações e soluções. Entre as soluções que se pode chegar com essa situação, trazemos duas: 1ª) seis bolinhas de gude para cada um dos nove amigos e 2ª) uma bolinha de gude para um amigo, duas para outro amigo, quatro para um terceiro amigo, cinco para um quarto amigo, sete para um quinto amigo, 10 para um sexto amigo, 11 para um oitavo amigo e 14 bolinhas de gude para o nono amigo.

As outras 28 (51%) situações foram categorizadas na categoria informações suficientes, pois apresentam todos os dados necessários para a resolução. Na Figura 5 apresentamos um exemplo.

Figura 5: Situação elaborada no início do processo formativo com informações suficientes (1A109)

Prob. 4: Bard foi ao shopping e comprou:
4 blusas de 15,00 reais
3 Calças de 80,00 reais
2 sapatilhas de 45,00 reais
E parcelou o total das suas compras em 3 vezes no cartão. Qual o valor de cada parcela?

Fonte: Dados da pesquisa (2015/2016).

A situação apresentada na Figura 5 foi elaborada por uma professora da Escola A, que possuía formação em pedagogia, ensinava Matemática há mais de 15 anos e durante a formação lecionava no 5º ano do Ensino Fundamental. Essa situação foi considerada com informações suficientes, pois possui todos os dados necessários para a resolução. Além disso, apesar da professora não ter dito que as parcelas são iguais, subentendemos que

como foi parcelado no cartão, que as parcelas são iguais. Essa situação é ainda, uma situação considerada por Vergnaud (1996) como complexa, pois agrupa várias subtarefas, tais como: primeiro é preciso realizar três proporções simples, um para muitos, por multiplicação, para descobrir o valor total de cada item da compra, depois é preciso somar o total da compra, para após encontrar o valor de cada parcela, desenvolvendo uma proporção simples, um para muitos, por divisão partitiva. Observamos, de acordo com Vergnaud (1996), que a situação apresentada na Figura 5 explora os conceitos de proporção simples, classe um para muitos, multiplicação, divisão partitiva e adição.

Considerações finais

Como essa pesquisa está em processo de construção, aprofundaremos a análise das situações elaboradas no início do processo formativo e realizaremos ainda, a análise das situações-problema de proporção simples, classe um para muitos, elaboradas no segundo e terceiro encontro e no final do processo formativo. Também pretendemos criar outras categorias de análise, além das categorias ausência de informações e informações suficientes, já apresentadas.

Apesar de a análise ser preliminar, os dados apresentados até o momento, indicam que 49% das situações de proporção simples, classe um para muitos, elaboradas no início do processo formativo, possuíam uma estrutura com ausência de informações. Essas, por sua vez, apresentavam informações insuficientes para a resolução ou com uso de terminologias inadequadas, deixando margem para diferentes interpretações. Fazendo uso, por exemplo, de termos como doar, repartir e distribuir, sem expressar que seriam em partes iguais.

Diante do que foi analisado, percebemos que esses professores precisam se apoderar de terminologias adequadas, importantes para elaboração de situações-problema. Além disso, eles precisam melhor estruturar as situações elaboradas. Dessa forma, esperamos que o processo formativo possa ter possibilitado que os professores passem a elaborar um quantitativo maior de situações na categoria informações suficientes.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução por Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994. 335 p.

LIMA, D. C. **A formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e as estruturas multiplicativas.** 2016. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Ilhéus. 2016.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. **A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem.** In: 3º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, v. 1, 2012. pp. 1-12.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS A. **O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas.** *Ciência & Educação*, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000200016>>. Acesso em: 06 nov. 2015.

SANTANA, E. R. **Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Tese (Educação Matemática/doutorado PUC/SP). São Paulo, 2010.

SANTOS, A. **Formação de Professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas.** 1 ed. Curitiba: Appris, 2015.

SOUZA, E. I. R. **Estruturas Multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.** 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Ilhéus. 2015.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. Em R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures.** New York: Academic Press, 1983, pp.127-174.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas.** Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. pp. 155-191.

_____. O que é aprender? In: BITTAR, M; MUNIZ, C. A. (orgs.). **A Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009. pp. 13-36.

_____. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução de: MORO, Maria Lúcia Faria. Edição revisada. Curitiba: Editora da UFPR, 2014.